

TARTU ÜLIKOOL

Loodus- ja täppisteaduste valdkond

Füüsika Instituut

Kaius Loos

**Gravitatsioonilained \mathbb{Z}_3 sümmeetrilises skalaarses
tumeaine mudelis**

Bakalaureusetöö (6 EAP)

Füüsika, keemia ja materjaliteaduse õppekava, füüsika eriala

Juhendaja:
Kristjan Kannike

Tartu 2019

Gravitatsioonilained \mathbb{Z}_3 sümmeetrilises skalaarses tumeaine mudelis

Töös uurime \mathbb{Z}_3 sümmeetrilist osakestefüüsika standardmudeli (SM) täiendust, kus lisatava uue skalaarvälja imaginaarkomponent on tumeaine kandidaadiks peale spontaanset \mathbb{Z}_3 rikkumist. Töö fookus on suunatud mudeli avaldumisele gravitatsioonilainete taustkiirguses, mille detekteerimine saab võimalikuks järgmise põlvkonna kosmosepõhiste interferomeetritega. SM täiendustes võivad gravitatsioonilained tekkida universumi esimeste murdosa sekundi jooksul toimunud faasisiirete käigus, kus väljad muudavad olekut. Antud töös vaatame esmalt võimalike faasisiirdeid, mis avaldab rikkaliku võimaluste spektri. Seejärel leiame faasisiiretele vastavad gravitatsioonilainete spektrid nõudes seejuures vastavust tumeaine eksperimentaalsete piirangutega. Tulemuste võrdlemisest hinnanguliste LISA ja BBO tundlikuse kõveratega leiame, et kitsas parameetrite piirkonnas on võimalik mudeli avastamine gravitatsioonilainetes järgmise põlvkonna kosmosepõhiste detektoritega.

Märksõnad: tumeaine, gravitatsioonilained, kosmoloogilised faasisiirded.

CERCS: P210 – Elementaarosakeste füüsika, kvantväljade teooria.

Gravitational waves in \mathbb{Z}_3 symmetric scalar dark matter model

We study a \mathbb{Z}_3 symmetric scalar Standard Model (SM) extension, where the imaginary component of the added scalar field is a dark matter candidate. The main focus of this work is to study possible discovery of such model in a gravitational wave background, which will be detectable with next generation space-based interferometers. In SM extensions gravitational waves are produced after phase transitions in the very early universe, where fields change state. First we study such phase transitions, which reveals a rich spectrum of possibilities. Afterwards we calculate gravitational wave spectra from phase transitions at the same time requiring that our model satisfies current experimental constraints for dark matter. In comparison with expected sensitivity curves of LISA and BBO we find that our model could be discovered with BBO in a slim parameter region.

Keywords: dark matter, gravitational waves, cosmological phase transitions.

CERCS: P210 – Elementary particle physics, quantum field theory.

Sisukord

Sissejuhatus	5
1 Teoreetiline ülevaade	7
1.1 Varajase universumi areng	7
1.2 Tumeaine	8
1.2.1 Tumeaine otsingud	9
1.3 Skalaarvälja teooria põhimõisted	9
1.3.1 Skalaarne potentsiaal	10
1.3.2 Väljateooria lõplikul temperatuuril	11
1.4 Kosmoloogilised faasisiirded	12
1.5 Gravitatsioonilained	13
1.5.1 Tekkemehhanismid	14
1.5.2 Spektraalsed karakteristikud	14
1.5.3 Detekteerimine	17
2 Tehtud töö	18
2.1 \mathbb{Z}_3 sümmeetrilise skalaarse tumeaine mudeli kirjeldus	18
2.1.1 Tumeaine kandidaat uuritavas mudelis	20
2.1.2 Piirangud mudeli parameetritele	21
2.2 Faasisiirded uuritavas mudelis	23
2.2.1 Faasisiirete järk ja toimumine	25
2.2.2 Kõrge temperatuuri miinimum	25
2.2.3 $T = 0$ miinimum	26
2.2.4 Faasisiirded	27
2.3 CosmoTransitions mudeli implementatsioon	29
2.4 Gravitatsioonilained	30
2.4.1 Tulemused	31
Kokkuvõte	33
Tänuavaldused	34
Kirjandus	35

Lühendid ja terminid

Lühend	Eesti keeles	Inglise keeles
CDM	külm tumeaine	<i>cold dark matter</i>
CMB	kosmiline mikrolaineline taustkiirgus	<i>cosmic microwave background radiation</i>
EJFS	esimest järku faasisiire	<i>first order phase transition</i>
EN	elektronõrk	<i>electroweak</i>
FS	faasisiire	<i>phase transition</i>
GL	gravitatsioonilaine	<i>gravitational wave</i>
H.c.	hermiitiline kaaskompleks	<i>Hermitian conjugate</i>
KTM	kõrge temperatuuri miinimum	<i>high temperature minimum</i>
LÜ	loomulikud ühikud	<i>natural units</i>
OD	otsene detekteerimine	<i>direct detection</i>
SM	standardmudel	<i>standard model</i>
SSR	spontaanne sümmeetria rikkumine	<i>spontaneous symmetry breaking</i>
TJFS	teist järku faasisiire	<i>second order phase transition</i>
VEV	vaakumi keskvärtus	<i>vacuum expectation value</i>
WIMP	nõrgalt interakteeruv massiivne osake	<i>weakly interacting massive particle</i>

Lühiduse mõttes tähistame osatuletisi kujul

$$\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \partial_x^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \partial_x \partial_y = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}.$$

Ühikute süsteem

Käesolevas töös kasutame loomulike ühikute (LÜ) süsteemi, kus seatakse $\hbar = c = k_B = 1$, kus \hbar on Plancki konstant, c valguse kiirus ning k_B Boltzmanni konstant. See tähendab, et energia, mass, pikkus, aeg ja temperatuur on esitatavad kõik energiaühiku kaudu, milleks on enamasti elektronvolt (eV). Tabel 1 võtab kokku seosed SI ja LÜ vahel.

Tabel 1: SI ja LÜ süsteemide võrdlus ning teisendus nende vahel

Suurus	SI	LÜ	Suhe
Energia	J	eV	$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Mass	kg	eV	$1 \text{ eV} = 1,78 \cdot 10^{-36} \text{ kg } c^2 = 1,78 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$
Pikkus	m	eV ⁻¹	$1 \text{ eV}^{-1} = 1,97 \cdot 10^{-7} \text{ m } (\hbar c)^{-1} = 1,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
Aeg	s	eV ⁻¹	$1 \text{ eV}^{-1} = 6,58 \cdot 10^{-16} \text{ s } \hbar^{-1} = 6,58 \cdot 10^{-16} \text{ s}$
Temperatuur	K	eV	$1 \text{ eV} = 1,16 \cdot 10^4 \text{ K } k_B = 1,16 \cdot 10^4 \text{ K}$

Sissejuhatus

Järgnevalt gravitatsioonilainete (GL) esmasele otsesele tuvastamisele [1] ning edukale LISA Pathfinder eksperimendile [2], mis oli esmaseks kosmosepõhiste GL-te detektori katsetuseks, on väga aktuaalne GL-te signaalide uurimine. Kui praegused detektorid on tundlikud massiivsete objektide ühinemistele, siis kosmosepõhised detektorid võimaldavad tuvastada ka hoopis teist tüüpi signaale. Juba 1980-ndatel ennustati GL-te teket kosmoloogiliste esimest järku faasisiirete (EJFS) tagajärjel varases universumis [3], mis tänapäeval avalduksid gravitatsioonilainete taustana. Faasisiire (FS) tähendab siin, et väli liigub oma potentsiaali miinimumi ja omandab konstantse väärtuse kogu ruumis, mida nimetatakse vaakumi keskväärtuseks (VEV, *vacuum expectation value*^a), ja mida võib vaadata kui välja oleku muutust. EJFS käigus välja VEV muutub hüppeliselt ning teist järku FS-de (TJFS) käigus sujuvalt. Osakeste füüsika standardmudel (SM) toimub elektronörk (EN) FS, mille käigus omandab Higgsi väli VEV-i ja SM osakesed muutuvad massiivseteks [4]. SM raames teadaolevate Higgsi bosoni ja t-kvargi masside juures on aga nimetatud üleminek teist järku [5, 6] ning GL-ed tekkida ei saa.

Praeguse füüsika üks suurimaid lahendamata probleeme on tumeaine olemus. Tumeaineks nimetatakse materia osa, mis ei osale elektromagnetilises vastastikmõjus, kuid kindlasti osaleb gravitatsioonilises. Hiljutised kosmilise mikrolainelise taustkiirguse (CMB) fluktuatsioonide uuringud Plancki satelliidiga näitavad, et tumeaine moodustab 26,4% ja nn tavaline aine 4,9% kogu universumi materia-energia tihedusest [7]. Tumeaine olemasolu kohta on mitmeid tõendeid, kuid selle omaduste kohta on üpriski vähe teada ja seega on kandidaate palju [8]. Enim levinud kandidaadiks on nõrgalt interakteeruvad massiivsed osakesed (WIMP), mis võivad olla kas bosonid või fermionid. Lihtsaim WIMP on uus massiivne skalaar S , kus lisatakse SM-le skalaarväli S , mis SM-ga interakteerub läbi Higgsi välja H . Tumeaine stabiilsuse tagamiseks nõutakse, et mudeli kirjeldus oleks invariantne mingil diskreetsel teisendusel, mis keelab tumeaine osad interaktsioonid ja võimaldab tumeainel säilida olulises koguses tänapäevani. Lihtsaim valik on \mathbb{Z}_2 sümmeetria, mis tähendab, et lagranžiaan on invariantne teisenduse $S \rightarrow -S$ all. Selline mudel oma kõigi võimalike variatsioonidega on kirjanduses viimase 25 aasta jooksul laialdaselt uuritud [9–12] ning võib muuta ENFS-de esimest järku siirdeks või tekitada ka hoopis uusi FS-deid. See avab võimaluse ka GL-te tekkeks [10, 13] ning tumeaine mudelite uurimise läbi GL-te.

Tumeaine teoreetiliste otsingute kõrval käib pidev töö ka eksperimentaalses valdkonnas, kuid ühtegi tumeaine osakest hetkel leitud ei ole [14]. Seega panevad detektorid paika tugevad piirangud mudelitele. WIMP-tüüpi mudelite puhul on üldiselt tugevaim piirang otsese detekteerimise (OD) eksperimentidest, kus otsitakse tumeaine elastsel hajumisel nukleonidelt vabanenud

^aSiinkohal kasutan inglise keelset lühendit, kuna laialdaselt ongi see termin tuntud lihtsalt kui VEV.

energiat, mis seab ülemise piirangu tumeaine interaktsioonide ristlõikele $\sigma^{\text{WIMP}-n}$ nukleonitega [14]. Vastav piirang on väga tugev ja järgmise põlvkonna eksperimendid, nagu XENONnT [15], võivad mõnda mudelist ka täielikult keelata või kinnitada [16]. Siiski on olemas loomulik moodus hoiduda OD piirangutest [17], kus globaalse sümmeetria rikkumise tagajärjel tekivad OD amplituudi üksteist välja taandavad liikmed, mis annab väiksema $\sigma^{\text{WIMP}-n}$ väärtuse. Lihtsaim \mathbb{Z}_2 tüüpi mudel annab laia parameetrite vahemiku tumeaine realiseerimiseks [17, 18], kuid GL-ed antud mudelis ei avaldu, sest FS-ded on teist järku [19].

Käesolevas töös uurime mudelit, kus stabiliseerivaks sümmeetriaks on \mathbb{Z}_3 , st et lagranžiaan on invariantne teisenduse $S \rightarrow \exp(i2\pi/3) S$ all, ning realiseerub sarnane ODE amplituudi mahasurutus nagu [17], kuid läbi \mathbb{Z}_3 sümmeetria rikkumise. \mathbb{Z}_3 sümmeetrist SM täiendust on uuritud ka [13, 16, 20], kus aga nõutakse \mathbb{Z}_3 sümmeetria rikkumata jäämist. Käesolevas töös uuritava mudeliga võrreldes on erinev tumeaine kandidaat ning oodatavalt madalamad OD ristlõiked ja seetõttu suurem lubatud parameetrite piirkond.

Käesoleva töö põhieesmärk on hinnata võimalikku detekteerimist tulevaste kosmosepõhiste gravitatsioonilainete detektoritega ning uurida GL-te signaali karakteristikute sõltuvust mudeli parameetritest seejuures nõudes vastavust eksperimentaalsete piirangutega. Selleks uurime kõigepealt GL-id põhjustavaid FS-deid analüütiliselt, et leida võimalikud EJFS antud mudelis. Seejärel uurime GL-eid ja nende tugevuse seost mudeli vabade parameetritega.

Töö esimeses peatükis tutvustame väljade, faasisiirete ja gravitatsioonilainetega seonduvat teoreetilist tausta. Seejärel peatükis 2.1 kirjeldame uuritavat mudelit ja kasutatavaid tähistusi ning peatükist 2.2 algab töö originaalne osa.

1 Teoreetiline ülevaade

1.1 Varajase universumi areng

Järgnev ülevaade põhineb artiklil [21], kui pole viidatud teisiti.

Kaasaegne universumi arengulugu algab ligikaudu 14 miljardit aastat tagasi, kui universum oli väikeses ruumalas, tihe ja kuum ning hakkas paisuma vastavalt Suure Paugu mudelile. Universumi paisumise ja jahtumise käigus on toimunud mitmed olulised muutused, mille võtame kokku järnevalt sõltuvalt universumi vanusest t ja temperatuurist T .

- Varaseima ajastuna tuntakse Plancki ajastut $t < 10^{-43}$ s, $T \gtrsim 10^{19}$ GeV^b, kus kaasaegsed füüsika seadused enam ei kehti. Hilisemal ajal on eraldunud gravitatsioon kuid tugev ja elektronõrk vastastikmõju arvatakse olevat ühendatud Suure Ühendteooria raamistikus (GUT – *Grand Unified Theory*).
- Järgnevalt, kui temperatuur on langenud $T \approx 10^{16}$ GeV [22], mis juhtub kui $t \approx 10^{-38}$ s, eralduvad tugev ja elektronõrk vastastikmõju. Ligikaudu samal ajal algab ka inflatsiooni periood, mis kestab kuni universum on lineaarmõõtmelt paisunud $\approx 10^{27}$ korda ehk $t \approx 10^{-32}$ s kuid täpne väärtus sõltub inflatsiooni mudelist. Inflatsiooniperioodi lisamine lahendab mitmeid teoreetilisi ja vaatluslike vastuolusid, millest põhilisteks on horisondi ja tasevuse probleemid [22].
- Suurusjärgus $T \approx 100$ GeV (nn EN skaala) ja $t \approx 10^{-11}$ s toimub ENFS, kus Higgsi väli omandab VEV-i. Selle järel eralduvad nõrk ja elektromagnetiline vastastikmõju, kuna esimest vahendavad W^\pm ja Z bosonid saavad massi, kuid foton jääb massituks. Samuti saavad teised SM osakesed massid [4].
- Esimesed liitosakesed – hadronid ehk kvarkidest koosnevad osakesed – moodustuvad, kui $T \approx 200$ MeV ja $t \approx 10^{-4}$ s. Ligikaudu $T \approx 1$ MeV, $t \approx 1$ s liituvad nukleonid, moodustades esimesed kerged aatomituumad protsessis Suure Paugu nukleosüntees [23]. Ligikaudu $T \approx 0,3$ eV, $t \approx 10^5$ a toimub rekombinatsioon, kus moodustuvad esimesed neutraalsed aatomituumad. Selle tagajärjel muutub universum läbitavaks footonitele, mis vabastas tänapäeval CMB-na mõõdetava taustkiirguse, mille karakterne temperatuur on $T = 0,24$ meV.

Käesoleva töö põhiosa keskendub ajastule EN skaalas, uurides täpsemalt ENFS-t ja teisi samas ajastus toimuvaid FS-deid.

^bSiinkohal $a \lesssim c$ tähistab, et a on väiksem väärtusest, mis on ligikaudu c . Pikemalt lahti kirjutades ütleb sama $a < b \approx c$.

1.2 Tumeaine

Järgnev ülevaade põhineb suuresti R. K. Leane doktoritööl [8], kui pole teisiti viidatud.

Tänapäeva kosmoloogia standardiks on Λ CDM ehk kooskõla mudel, mis kirjeldab hästi universumit suurtel mastaapidel. Λ CDM mudel hõlmab endas nii Suurt Pauku, inflatsiooni, kui ka tumeenergiat, kosmoloogilise konstandi Λ näol, mis põhjustab universumi kiirenevat paisumist ning külma tumeainet (CDM – *Cold Dark Matter*), kus külm tähendab, et tumeaine on mitterelativistlik. Kuigi tumeaine olemusest pole palju teada, on selle olemasolu poolt mitmeid tõendeid.

- Galaktikate pöörlemiskõverate konstantsus kaugenedes galaktika tsentrist, kuigi nähtava aine koguse põhjal oodati kiiruse kahanemist $v \sim r^{-1/2}$.
- Kasutades gravitatsiooniläätse efekti ehk valguse kõverdumist tugevas gravitatsiooniväljas, on võimalik mõõta massi jaotuseid. Aastal 2006 teostati selline mõõtmine kahe galaktika ühinemisel Kuuli galaktikaparves (*Bullet Cluster*), kus leiti, et nähtava aine jaotus ei lange kokku kogu massi jaotusega.
- Varase universumi anisotroopiate ning praeguse universumi paisumiskiiruse mõõtmiste kombineerimisel on leitud kogu universumi energia-materiia tihedused, mis sisaldavad nii tumeaine kui ka tumeenergia osa.
- Λ CDM kosmoloogilise mudeli vastavus vaatluste tulemustega suurtel mastaapidel.

Vaatlustega kooskõlas olemiseks peab tumeaine osake rahuldama järgmisi tingimusi:

- moodustama $\approx 25\%$ kogu universumi energiatihedusest,
- tihedus olema 5 korda suurem barüonaine tihedusest;
- olema stabiilne elueaga vähemasti praeguse universumi vanuseni;
- osalema gravitatsioonilises vastastikmõjus;
- olema neutraalne või väga väikese elektrilaenguga;
- suures osas olema mitterelativistlik.

Kuna nimetatud tingimusi ei ole väga palju, siis vastavalt on tumeaine selgitamiseks välja pakutud ka palju erinevaid viise. Enim motiveerituks kandidaadiks on nõrgalt interakteeruvad massiivsed osakesed (WIMP), mille mass on EN skaala suurusjärgus (≈ 100 GeV). Sellised osakesed esinevad loomulikult SM laiendustes ning on ka võimalusi nende detekteerimiseks praeguse põlvkonna tumeaine eksperimentides, kuigi hetkel veel ühtegi sellist osakest leitud ei ole [14]. Ka käesolevas töös uuritava mudeli tumeaine kandidaat kuulub WIMP-ide hulka ja seega keskendumine edasises ka sellele.

WIMP-i tüüpi mudelites on varases universumis tumeaine soojuslikus tasakaalus SM osakestega, kuid universumi paisudes kasvab tumeaine osakeste vahekaugus. Selle tagajärjel ei saa toimuda enam efektiivset tumeaine osakeste annihileerumist SM osakesteks ning alles jääb nn tumeaine jääktihedus, mis ongi tänapäeval mõõdetav tumeaine tihedus. Seda protsessi nimetatakse tumeaine väljakülmumiseks.

1.2.1 Tumeaine otsingud

Järgnev alapeatükk põhineb hiljutisel ülevaatel [14].

WIMP tüüpi tumeaine osakeste otsingutel on kolm selget suunda: tumeaine osakeste loomine kiirendites, kaudselt detekteerimise eksperimendid, mis otsivad tumeaine lagunemise produkte ning OD eksperimendid (ODE), mis põhinevad tumeaine osakeste elastsel hajumistel aatomituumadelt. Üldiselt annab OD suurima piirangu WIMP tüüpi mudelitele.

ODE põhiliseks komponendiks on suur sihtmärk, mis on ümbritsetud detektoritega. Tumeaine elastsel hajumisel annavad tumeaine osakesed osa oma energiast detektori sihtmärgi aatomitele, mida erinevate meetoditega on võimalik detekteerida. Suurem osa energiast läheb sihtmärgi aatomite liikumisele ehk soojuseks, kuid osa ka ergastamiseks ning ioniseerimiseks.

Praegustest eksperimentidest annab tumeainele massiga $M_\chi > 5 \text{ GeV}$ tugevaima piirangu XENON1T, kus sihtmärgina kasutatakse vedelat ksenooni, mille aatomid on kergelt ioniseeritavad ja ergastatavad. Tekkinud ionide rekombineerumisel ja Xe aatomite relakseerumisel kiiratakse UV kiirgust, mis on XENON1T puhul põhiliseks mõõdetavaks.

ODE-d seavad ülemise piiri tumeaine interaktsiooni ristlõikele nukleonitega, mis XENON1T tulemuste kohaselt on $\sigma_{\text{SI}}^{\text{WIMP-n}} \approx 10^{-46} \dots 10^{-47} \text{ cm}^2$ [24], kus täpne väärtus sõltub tumeaine massist. Praegu ehitamisel olev XENONnT [15] peaks langetama vastavat piiri suurusjärgu võrra. Nimetatud detektorite antud piirangute kõverad on toodud joonisel 2 leheküljel 23.

1.3 Skalaarvälja teooria põhimõisted

Väljateooria põhiliseks kirjeldusmeetodiks on Lagrange'i formalism, milles skalaarvälja kirjeldab lagranžiaan [25]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \vec{\phi} \right) \left(\partial^\mu \vec{\phi} \right) - V(\vec{\phi}), \quad (1.1)$$

kus $\vec{\phi}$ on skalaarväljade vektor ja V skalaarne potentsiaal (edaspidi lühidalt lihtsalt potentsiaal). Käesoleva töö raamistikus on oluline just skalaarne potentsiaal, mis kirjeldab teoorias sisalduvate skalaarväljade vahelisi interaktsioone, määrab osakeste massid ning väljade vaakumolekud ehk faasid, kus viimane tähendab kvantväljateooria mõistes välja asumist potentsiaali miinimumis.

1.3.1 Skalaarne potentsiaal

Liikmed

Potentsiaal $V(\vec{\phi})$ on skalaarne funktsioon väljadest, mis koosneb karakteristiklikest nn massi- ja interaktsiooniliikmetest. Vaatleme skalaarvälju ϕ_i , mis võivad olla ka kompleksed. Massiliikmed on teist järku liikmed väljade suhtes ja omavad üldist kuju

$$\frac{m_{ij}^2}{2} \phi_i^\dagger \phi_j + \text{H.c.} \quad (\text{hermiitiline kaaskompleks}). \quad (1.2)$$

Interaktsiooniliikmeid võib üldiselt kirjeldada, kui kõrgemat järku liikmeid väljade suhtes ning saab üldiselt kirjutada kui

$$\lambda \prod_i \phi_i \prod_j \phi_j^\dagger, \quad (1.3)$$

kus i, j võivad ka korduda ja λ on seosekonstant, mis kirjeldab interaktsiooni – nagu lagunemine või hajumine – tugevust vastavate liikmes sisalduvate väljade vahel.

Väljade massid arvutatakse hessiaani ehk teist järku tuletiste maatriksist, mis osakestefüüsikas on tuntud ka kui massimaatriks \mathcal{M}^2 , mis bosonväljade korral sisaldab masside ruute. Füüsikaliste väljade massid on antud selle maatriksi omaväärtustega, mis avalduvad lihtsalt diagonaal-elementidena, kui \mathcal{M}^2 on diagonaalne, kuid mittediagonaalsete komponentide eksisteerimisel segunevad väljad. Võttes, et V sisaldab liiget kujul $\frac{m_{12}}{2} \phi_1^\dagger \phi_2 + \text{H.c.}$, siis segunevad väljad ϕ_1 ja ϕ_2 , mis tähendab, et füüsikalised väljad $\Phi_{1,2}$ on antud $\phi_{1,2}$ lineaarkombinatsioonina. Massimaatriksi saab diagonaliseerida ortogonaalteisendusega

$$O^T \mathcal{M}^2 O = M_D^2, \quad (1.4)$$

kus O on oma sisult pöördemaatriks, kuid seda nimetatakse segunemismaatriksiks. $\Phi_{1,2}$ saab leida kujul $\vec{\Phi} = O^T \vec{\phi}$, kus $\vec{\Phi} = (\Phi_1 \ \Phi_2)^T$.

Miinimumid ja vaakumid

Potentsiaali miinimume nimetatakse väljateooria mõistes vaakumolekuteks, vaakumiteks või faasideks. Üldised ekstreemumite leidmise tingimused avalduvad kujul

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial \phi^\dagger} = 0 \quad (1.5)$$

ning miinimumi eksisteerimiseks peavad massimaatriksi omaväärtused antud ekstreemumis olema positiivsed. Kui vähemalt üks on negatiivne, siis on ekstreemum sadulpunkt ning kõikide negatiivsete omaväärtuste korral maksimum. Viimased on ebastabiilsed ekstreemumid või vaakumid. Potentsiaali miinimumis on skalaarväljal kogu ruumis konstantne väärtus v , mis on ka välja keskvärtus $\langle \phi \rangle = v$ selles vaakumis ja seetõttu nimetatakse seda väärtust vaakumi keskvärtuseks (VEV).

Kvantvälja teooria raamistikus kasutatakse teooria uurimiseks häiritusarvutust vaakumi ümber,

milleks defineeritakse algne väli ümber kujul $\phi = v + \phi'$, kus ϕ' on väike häiritus, mis kirjeldab osakest. Enamasti jäetakse häirituse puhul ϕ' kirjutamata ning saadakse $\phi \rightarrow v + \phi$. Asendades selle potentsiaali, saab välja lugeda füüsikaliste osakeste massid ning erinevad interaktsioonid nende vahel.

Kui on võimalik mitu erinevat vaakumit ehk potentsiaalil on mitu miinimumi, kasutatakse mõisteid tõeline ja vale vaakum. Esimene viitab potentsiaali globaalsele miinimumile ning teine lokaalsele, mis on metastabiilne, kuna eksisteerib sügavam ja stabiilsem vaakum.

Sümmeetria ja selle rikkumine

Enamasti uurimist leidvates mudelites sisaldab teooria ka mingit liiki sümmeetriat ehk lagranžiaan või potentsiaal on invariantseid teisendusel $\phi \rightarrow \phi'$. Sellisel juhul on teisendus sümmeetria teisendus ning teooria sümmeetiline vastava teisenduse all.

Sümmeetriat on võimalik rikkuda kahel viisil: a) otseselt ehk sümmeetriat rikub konkreetne liige lagranžiaanis või b) spontaanselt ehk sümmeetria rikutakse, kui väli omandab VEV-i ning tehakse eelmises alajaotuses toodud asendus $\phi = v + \phi$. Vaatame neid mõisteid lihtsa potentsiaali

$$V = \mu^2 \phi^2 + \lambda \phi^4 \quad (1.6)$$

abil. Ülal toodu illustreerimiseks piisab, kui võtame, et ϕ , μ^2 , λ on reaalsed. Antud potentsiaal on invariantne teisendusel $\phi \rightarrow -\phi$, mida nimetatakse ka diskreetseks \mathbb{Z}_2 teisenduseks või sümmeetriaks. Otsese sümmeetria rikkumise jaoks võime lisada potentsiaali liikme kujul $\sim \phi^3$. Spontaanse sümmeetria rikkumise (SSR) nägemise jaoks lahendame kõigepealt ekstreemum võrrandid (1.5), millest leiame ekstreemumid kohtadel

$$\phi = 0 \quad \text{ja} \quad \phi = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}}. \quad (1.7)$$

Kui $\mu^2 < 0$ siis realiseerub ka teine lahend kui miinimum, mille tähistame $\sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} = v$ ja öeldakse, et ϕ omandab nullist erineva VEV-i. Tehese asenduse $\phi \rightarrow v + \phi$, nagu kirjeldatud eelmises alajaotuses leiame potentsiaali kujul

$$V = \mu^2(v+\phi)^2 + \lambda(v+\phi)^4 = \mu^2 \phi^2 + 2\mu^2 \phi v + \mu^2 v^2 + \lambda \phi^4 + 4\lambda \phi^3 v + 6\lambda \phi^2 v^2 + 4\lambda \phi v^3 + \lambda v^4. \quad (1.8)$$

Näeme, et tekivad ϕ suhtes paaritute astmetega liikmed $\sim \phi$, $\sim \phi^3$, mis ei ole enam invariantseid teisendusel $\phi \rightarrow -\phi$, kuid samas on potentsiaali kordajad omavahel seotud. Sellist sümmeetria rikkumist nimetatakse spontaanseks.

1.3.2 Väljateooria lõplikul temperatuuril

Eelmises alapeatükis kirjeldatud potentsiaali nimetatakse nn puutaseme (*tree-level*) potentsiaaliks, mida tähistame selguse mõttes siin peatükis V_{puu} . V_{puu} kirjeldab põhilisi mudeli interaktsioone ja karakteristikuid $T = 0$ juures. Selleks, et uurida teooria käitumist Universumi arengu vara-

sematel ajahetkedel ehk kõrgemal temperatuuril, leitakse potentsiaalile vastavad parandusliikmed, mille järel saadakse efektiivne potentsiaal $V_{\text{eff}}(\phi, T)$. Esimest järku lähenduses on tarvis lisada kahte tüüpi parandid. Esiteks ühe-silmuse kvantparandid, mis avalduvad ühe silmusega Feynmani diagrammidest. Kasutades $\overline{\text{MS}}$ renormalisatsiooni skeemi, on need antud kujul [25]

$$\Delta V(\phi) = \frac{1}{64\pi^2} \sum_i n_i m_i^4(\phi) \left[\ln \frac{m_i^2(\phi)}{Q^2} - c_i \right], \quad (1.9)$$

kus summa on üle osakeste ning n_i, m_i on vastavalt ühe osakese vabadusastmete arv ning puutase väljast sõltuv mass, $c_i = 5/6$ vektorbosonite ning $3/2$ fermionide ja skalaaride jaoks. Q on renormalisatsiooni skaala, mis valitakse selliselt, et V_{eff} sõltuks sellest skaalast vähim. Vastavad parandid muudavad $T = 0$ juures aga potentsiaali karakteristikuid. Selle vältimiseks lisatakse veel vastuliikmed δV , mis omavad funktsionaalselt sama kuju nagu V_{puu} liikmed. Nende abil on võimalik fikseerida valitud V_{puu} karakteristikuid, mille jaoks saab kirja panna nõutavad tingimused, millest omakorda saab avaldada δV parameetrid. Näiteks valides jätta paika V_{puu} miinimum kohal $\langle \phi \rangle$, peab kehtima tingimus

$$\partial_\phi(\Delta V + \delta V) \Big|_{\phi=\langle \phi \rangle} = 0. \quad (1.10)$$

Üleval toodud parandites veel temperatuuri sees ei ole ning selle jaoks lisatakse terminisest välja-teooriast ühe-silmuse temperatuuri parandid (ingl *finite temperature corrections*), mis on antud kui [25]

$$V_T(\phi, T) = \frac{T^4}{2\pi^2} \sum_i n_i J_\mp \left(\frac{m_i(\phi)}{T} \right), \quad (1.11)$$

kus

$$J_\mp(x) = \pm \int_0^\infty dy y^2 \ln \left[1 \mp \exp \left(-\sqrt{y^2 + x^2} \right) \right] \quad (1.12)$$

ja ülemine märk on bosonite ning alumine fermionide jaoks. Kogu efektiivne potentsiaal omandab seega kuju

$$V_{\text{eff}}(\phi, T) = V_{\text{puu}}(\phi) + \Delta V(\phi) + \delta V(\phi) + V_T(\phi, T). \quad (1.13)$$

Viimane integraal (1.12) ei ole üldjuhul analüütiliselt lahenduv, kuid sellele eksisteerib nn kõrge temperatuuri lähend, mis leitakse tingimusest $m/T \ll 1$. Selle kohaselt on T^2 järku parandusliikmed potentsiaalile [26]

$$V_{T_{\text{HT}}}(\phi, T) = \frac{T^2}{24} \sum_i n_i m_i^2(\phi). \quad (1.14)$$

1.4 Kosmoloogilised faasisiirded

Kui igapäeva mõistes tähendab FS mingi aine oleku muutust, näiteks vesi jäätub, siis väljade puhul on täpsem sisu natuke erinev, kuid üldiselt on tegu siiski välja oleku muutusega. Siinkohal nimetatakse faasideks erinevaid vaakumolekuid. FS-ks seega on üleminek vaakumite vahel, mis

saavad võimalikuks kasutades eelmises peatükis 1.3.2 kirjeldatud efektiivset potentsiaali. FS saab alternatiivselt kirjeldada ka kui SSR-i teket või kadumist, kuna erinevates vaakumolekutes on üldiselt erinevatel väljadel VEV-id, mis rikuvad erinevaid sümmeetriaid.

Faasiüleminekute juures tuleb vahet teha kahte tüüpi juhtudel:

- esimest järku FS (EJFS), kus kahe faasi vahel on potentsiaalibarjäär ning FS toimub tunneleerudes ning VEV muutub hüppeliselt;
- teist järku FS (TJFS), kus üleminek on sujuv ehk väli omandab sujuvalt VEV-i.

1. järku faasisiirde toimumine

Järgnev põhineb artiklil [25].

EJFS toimub tõelise vaakumi mullide tekkena (nukleatsioonina) metastabiilse vaakumi keskel. Mulli all mõistame ruumpiirkonda, kus FS on toimunud. Nimetatud mullid omavad nii pindpinevust kui ka sisemist rõhku, mis viib suurte mullide paisumiseni ning väikeste kokkukukkumiseni. Tunneleerumise dünaamika leidmine taandub nn kriitilise mulli leidmisele, mis on just piisavalt suur, et paisuma hakata. See leitakse minimiseerides eukleidiline mõju

$$S_3 = \int d^3x \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\phi})^2 + V(\vec{\phi}) \right]. \quad (1.15)$$

See määrab mullide nukleatsiooni kiiruse ühikruumala kohta kujul $\Gamma/V \sim \exp(-S_3/T)$. FS-de toimumiseks kogu universumis nõutakse, et tõenäosus ühe mulli nukleatsiooniks ühes Hubble'i ruumalas on ≈ 1 . See tingimus määrab nukleatsiooni temperatuuri T_n ning viib EJFS-de toimumise kriteeriumini

$$\frac{S_3}{T_n} \approx 140. \quad (1.16)$$

1.5 Gravitatsioonilained

Üldrelatiivsusteooria raames avalduvad gravitatsioonilained kõige lihtsamalt selle lineariseeritud lähendis, kus eemal massiivsetest objektidest on aegruum ligilähedaselt tasane ning meetrilise tensori ehk meetrika saab kirjutada tasase ruumi meetrika $\eta_{\mu\nu}$ ehk Minkowski meetrika ja väikese häirituse $h_{\mu\nu}$ kaudu. Selle tulemusena leitakse, et üldised Einsteini väljavõrrandid taanduvad lainevõrrandiks [27]

$$\square \bar{h}^{\mu\nu} = -2\kappa T^{\mu\nu}, \quad (1.17)$$

kus $\bar{h}^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} - \frac{1}{2} h \eta^{\mu\nu}$, h on $h^{\mu\nu}$ jälg, \square on d'Alambert'i operaator ning $\kappa = -8\pi G_N$, kus G_N on Newtoni gravitatsioonikonstant. $T_{\mu\nu}$ on energia-impulsi tensor, mis kirjeldab gravitatsioonivälja tekitajat. Lihtsaim lahend lainevõrrandile (1.17) on tasaline tühjas ruumis ($T_{\mu\nu} = 0$), mille vabadusastmete lugemisel jääb alles kaks, mida nimetatakse vastavalt \times ja $+$ polarisatsioonideks. Gravitatsioonilaine mõju materiale on selle kokkusurumine ja venitamine ristuvates sihtides,

kus \times ja $+$ polarisatsioon venitavad erinevates sihtides. Kuna häiritus on meetrilises tensoris, on gravitatsioonilaine tensorlaine, mille tekitamiseks on vajalik kvadrupoolmoment [27].

GL-ed kosmoloogilistest faasisiiretest nõuavad aga oluliselt keerulisemat analüüsi, kuna nii meetrika kui energia-impulsi tensor omavad keerulist kuju. Järgnevalt kirjeldame põhilisi GL tekkemehhanisme FS-test ja võtmeparameetreid nende kirjeldamiseks.

1.5.1 Tekkemehhanismid

Kosmoloogiliste faasisiirete puhul on võimalike gravitatsioonilainete tekkimise mehhanisme kolm [28]:

- Mullide kokkupõrked

EJFS-de protsessis tekkivad mullid võivad omavahel kokkupõrgata ja ühineda. Gravitatsioonilainete tekkeks vajaliku asümmeetria ja vähemalt kvadrupoolmomendi tekitab mullide ühinemiskoht. Üldjuhul see komponent aga olulist panust kogu gravitatsioonilaine tugevusse ei anna, kui just faasisiirde ei toimu vaakumis (ehk madalal temperatuuril) või teiste komponentide kasutegurid ei ole väga väikesed.

- Helilained

Järgnevalt mullide kokkupõrgetele tekivad plasmas helilained, mis levides ja omavahel kattudes tekitavad gravitatsioonilaineid. See on pikaajaline allikas, kuna helilainete levimine ja sumbumine plasmas võtab aega. See põhjustab GL-te signaali tugevnemist [29] ning üldiselt on see allikas põhiline komponent signaalis.

- Turbulents plasmas

Mullide kokkupõrgete järel võib tekkida plasmas ka turbulentne liikumine, mis tekib ja sumbub üpriski pika aja jooksul peale FS-t. Turbulentse komponendi osa kogu spektris pole veel väga hästi mõistetud, kuna numbrilisi simulatsioone pole praeguseks tehtud.

1.5.2 Spektraalsed karakteristikud

Kosmoloogiliste faasisiirete puhul on oluliseimaks karakteristikuks gravitatsioonilaine spekter ehk energia sagedusvahemiku kohta. Selle leidmiseks on tarvis GL energia tihedust, mis on energia-impulsi tensori 00 komponent [30].

$$\rho_{GL} = T_{00} = \frac{1}{32\pi G} \langle \partial_0 \bar{h}_{\alpha\beta} \partial_0 \bar{h}^{\alpha\beta} \rangle, \quad (1.18)$$

kus nurksulud tähendavad keskmistamist üle lainepikkuste või perioodi ning $\bar{h}_{\alpha\beta}$ on $h_{\alpha\beta}$ jäljetus risti (*transverse-traceless*) kalibratsioonis

Spektraalsete karakteristikute uurimisel kasutatakse enamasti dimensioneeritud suurust Ω_{GL} , mis kirjeldab GL energia tihedust üle mingi logaritmilise sagedusvahemiku [31]

$$\Omega_{\text{GL}}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\text{GL}}}{d \ln f} \quad (1.19)$$

ja on normaliseeritud universumi kriitilisele tihedusele $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G_N}$, mille puhul universum on täpselt tasane. Üldjuhul antakse kujul $\Omega_{\text{GL}}(f)h^2$, kus h on dimensioneeritud Hubble parameeter, mille kaudu Hubble konstant on defineeritud kui $H_0 = h \, 100 \, \text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. Selle eesmärgiks on tagada saadud tulemuse sõltumatus Hubble konstandi eksperimentaalsest veast [30].

Lähtudes [29] on FS-st tekkinud GL spekter kirjeldatav üldiselt ainult kolme parameetriga.

- α – kirjeldab latentse soojuse \mathcal{E} ehk faasisiirdel vabanenud energiatiheduse suhet universumi energiatiheduse. Varajane universum on kiirgusdominantne, mille energiatihedus on antud

$$\rho_k = \frac{g_n \pi^2 T_n^4}{30}, \quad (1.20)$$

kus g_n tähistab väärtusi nukleatsiooni temperatuuril^c T_n . g_n on relativistlike vabadusastmete arv plasmas. Parameeter α on defineeritud kui

$$\alpha = \frac{\mathcal{E}}{\rho_k} = \frac{1}{\rho_k} \left[\Delta V(T_n) - T_n \left. \frac{\partial \Delta V(T)}{\partial T} \right|_{T_n} \right], \quad (1.21)$$

kus $\Delta V(T) = V(\phi_{\text{vale}}, T) - V(\phi_{\text{töeline}}, T)$ on potentsiaalide erinevus tõelise ja vale vaakumi vahel.

- β – mille pöördväärtus kirjeldab FS kestust. Enamasti esitatakse kujul $\frac{\beta}{H_n}$, kus H_n on Hubble'i parameeter temperatuuril T_n ning mida väiksem on antud parameeter, seda tugevam on esimest järku faasisiire. See on arvutatav kujul

$$\frac{\beta}{H_n} = T_n \left. \frac{d}{dT} \left(\frac{S_3}{T} \right) \right|_{T_n}. \quad (1.22)$$

- Mulli seina paisumise kiirus v_m , mis on seotud mudeli ja faasisiirde parameetritega, kuid vastavat seost on keeruline arvutada ja üldjuhul on see teadmata. Seega fikseerime v_m kindlate väärtuste juurde.

Tugevaimad gravitatsioonilained on oodatud suure α ja väiksema β/H_n juures, kui FS-de käigus vabaneb rohkem energiat ning see kestab kõige kauem [28]. Vastavad tingimused on tõenäolisemad madalama T_n juures, kuna α sisaldab tegurit T_n^{-4} ning β/H_n tegurit T_n , kuid täpsem sõltuvus oleneb siiski FS detailidest läbi potentsiaalibarjääri ning mõju st S_3 .

^cRangelt võttes sisaldavad valemid siin peatükis parameetreid hetkel, kui faasisiire lõpeb, mitte kui toimub nukleatsioon. Siiski on nukleatsiooni temperatuur ning faasisiirde lõpptemperatuur väga lähedased ning lihtsustas kasutada parameetreid nukleatsiooni temperatuuril on õigustatud [29].

Gravitatsioonilainete signaali arvutamiseks lähtume [29], kus on toodud numbriliste simulatsioonide (või turbulentsi jaoks analüütiliste) tulemuste põhjal leitud lähendid, mis on kirjeldatud kolme mudelist sõltuva parameetriga: α , β , v_m .

Käesolevas töös vaatame gravitatsioonilaineid režiimis, kus tõelise vaakumi mullid saavutavad plasmas paisumisel piirkiiruse. Sellisel juhul on mullide kokkupõrgetest tulev komponent tühine ning kogu spektri saab kirjutada [29]

$$\Omega_{GL} h^2 \approx \Omega_{hl} h^2 + \Omega_t h^2. \quad (1.23)$$

Helilainete komponent on numbriliste simulatsioonide põhjal hästi kirjeldatud, kui

$$\Omega_{hl} h^2(f) = 2,65 \cdot 10^{-6} \left(\frac{100}{g_n} \right)^{1/3} \frac{H_n}{\beta} \left(\frac{\kappa_{hl} \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 v_m S_{hl}(f) \quad (1.24)$$

ning turbulentsist tulev panus kui

$$\Omega_t h^2(f) = 3,35 \cdot 10^{-4} \left(\frac{100}{g_n} \right)^{1/3} \frac{H_n}{\beta} \left(\frac{\kappa_t \alpha}{1 + \alpha} \right)^{3/2} v_m S_t(f). \quad (1.25)$$

Valemites sisalduvad spektraalse kuju komponendid $S_{hl/t}$ on antud kui

$$S_{hl}(f) = \left(\frac{f}{f_{hl}} \right)^3 \left(\frac{7}{4 + 3(f/f_{hl})^2} \right)^{7/2}, \quad S_t(f) = \left(\frac{f}{f_t} \right)^3 \left[\left(1 + \frac{f}{f_t} \right)^{11/3} \left(1 + \frac{8\pi f}{h_n} \right) \right]^{-1}. \quad (1.26)$$

Maksimumide sagedused

$$f_{hl} = \frac{1,9}{1,65} \frac{h_n}{v_m} \frac{\beta}{H_n}, \quad f_t = 1,42 f_{hl}, \quad (1.27)$$

kus $h_n = 1,65 \cdot 10^{-5} \text{ Hz} \frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \left(\frac{g_n}{100} \right)^{1/6}$. Efektiivsuskoefitsiendid κ_{hl} ja κ_t , mis kirjeldavad vabanenud energia osa, mis läheb vastavalt helilainetesse ja turbulentsesse liikumisse, on juhul, kui $v_m < c_s = 1/\sqrt{3}$, kus c_s on heli kiirus plasmas, antud kui [32]^d

$$\kappa_{hl} = \frac{c_s^{11/5} \kappa_a \kappa_b}{\left(c_s^{11/5} - v_m^{11/5} \right) \kappa_b + v_m c_s^{6/5} \kappa_a}, \quad \kappa_t = \varepsilon \kappa_{hl}, \quad (1.28)$$

kus

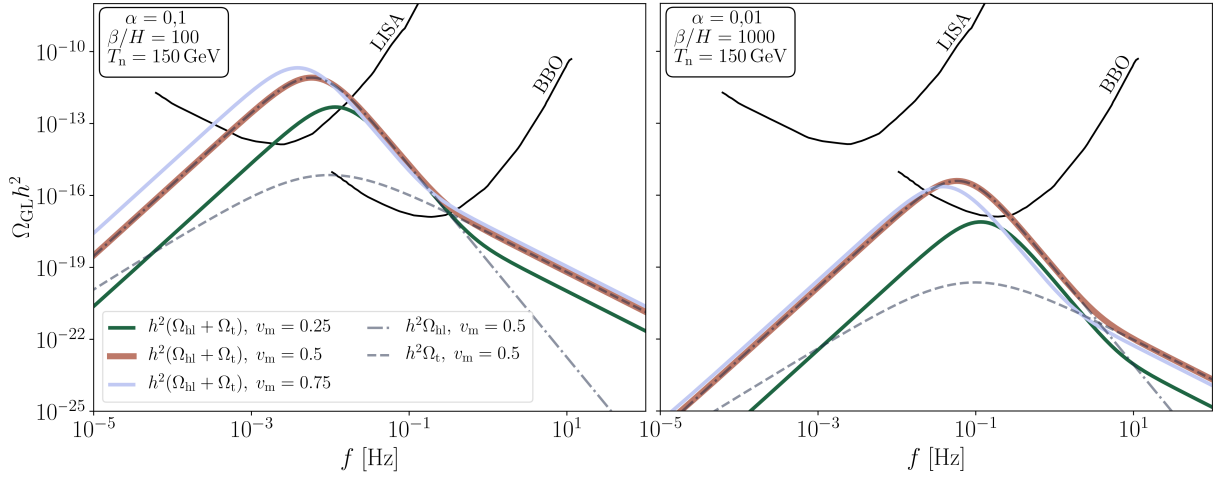
$$\kappa_a = \frac{6,9 v_b^{6/5} \alpha}{1,36 - 0,037 \sqrt{\alpha} + \alpha}, \quad \kappa_b = \frac{\alpha^{2/5}}{0,017 + (0,997 + \alpha)^{2/5}}. \quad (1.29)$$

Suurus ε kirjeldab plasma osa suurst, milles liikumine on turbulentne. Enamasti on see alla 10% ning konservatiivselt võtame siin $\varepsilon = 0,05$ nagu [29].

Tüüpiline GL spekter FS-st on toodud joonisel 1, mis näitab selget piiki ja langevaid sabu,

^d Artiklis [32] on toodud $\kappa_{hl,t}$ ka kui $v_m > c_s$, mida on kasutatud joonise 1 koostamisel, et näidata sõltuvust seina kiirusest v_m . Kuna edasises töös fikseerime $v_m = 0,5$ siis toome konkreetselt välja sellele vastavad valemid.

kus kõrgemate sageduste juures saab oluliseks ka turbulentsi panus. Tugevaima signaali annab suurem α ning väiksem β/H , mis BBO tundlikuse ületamiseks peaksid olema $\alpha \gtrsim 0,005$ ja $\beta/H \lesssim 5000$.



Joonis 1: Tüüpiline GL spekter kosmoloogilistest faasisiiretest sõltuvalt α ja β/H väärtusest kolme erineva nulli seina kiiruse v_m juures. Samuti on toodud helilainete $\Omega_{hl}h^2$ ja turbulentsi $\Omega_t h^2$ panused. Mustad jooned näitavad LISA ja BBO tundlikuse kõveraid [33].

1.5.3 Detekteerimine

EJFS-ete tagajärjel tekkinud gravitatsioonilainete signaali detekteerimiseks on tõenäoliselt tarvis kosmosepõhist detektorit nagu planeeritavad LISA (*Laser Interferometer Space Antenna*) [34] või BBO (*Big Bang Observer*) [35], kuna Maa-pealsed detektorid on lõppkokkuvõttes piiratud erinevate kõrvaldamatute müraallikate poolt ja piiratud ruumiliste mõõtmetega. Detektorite tööprintsibiiks on laserinterferomeetria, kus gravitatsioonilaine deformeerib ajast sõltuvalt interferomeetri õlgu ning muudab seega optilist teepikkust, mida mõõtes on võimalik tuvastada gravitatsioonilaine möödumine [36]. Tüüpiline detektor koosneb mitmest väiksemast satelliidist, mis moodustavad interferomeetri õlgade otspunktid vahekaugustega kuni miljoneid kilomeetreid, mis võimaldab saavutada paremat tundlikust ning uurida ka madalasageduslike GL.

Kuigi esimese funktsionaalse kosmosepõhise detektori, LISA, missiooni algus on plaanitud ligikaudu aastaks 2030 [34], siis hiljutine LISA Pathfinder'i eksperiment näitas kosmosepõhiste interferomeetrite potentsiaali madala müra taseme saavutamisel, mis on vajalik plaanitud LISA tundlikuse saavutamiseks [2].

Praegused hinnangud oodatavale LISA tundlikusele on $\Omega_{GL}h^2 \approx 10^{-14}$ piirkonnas $f \approx 10^{-2} \dots 10^{-3}$ Hz ning BBO puhul $\Omega_{GL}h^2 \approx 10^{-16}$ piirkonnas $f \approx 0,1 \dots 1$ Hz [33]. Täpsed kõverad on toodud joonisel 1.

2 Tehtud töö

2.1 \mathbb{Z}_3 sümmeetrilise skalaarse tumeaine mudeli kirjeldus

Uuritavaks mudeliks on SM laiendus, kus lisatud on uus väli, skalaarne kompleksne singlett S , mis interakteerub SM-ga läbi Higgsi välja H . Üldine S -st ja H -st sõltuv potentsiaal, mis on invariantne diskreetse \mathbb{Z}_3 teisenduse all, on antud [16, 20]

$$V = \mu_H^2 |H|^2 + \lambda_H |H|^4 + \mu_S^2 |S|^2 + \lambda_S |S|^4 + \lambda_{SH} |S|^2 |H|^2 + \frac{\mu_3}{2} (S^3 + S^{\dagger 3}), \quad (2.1)$$

kus $|X|^2 = X^\dagger X$. Antud potentsiaal on invariantne \mathbb{Z}_3 teisendusel $H \rightarrow H$, $S \rightarrow S e^{i2\pi/3}$, kuid lisaks veel ka $H \rightarrow -H$, $S \rightarrow S^\dagger$ ning üheaegsel märgi vahetamisel $\mu_3 \rightarrow -\mu_3$ ja $S \rightarrow -S$. See tähendab, et füüsika ei saa sõltuda μ_3 märgist [20] ning edaspidi valime $\mu_3 \leq 0$.

Käesolevas töös kasutame väljade parametrizeeringut

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}, \quad S = \frac{s + i\chi}{\sqrt{2}}, \quad (2.2)$$

kus Higgsi väli on unitaarses kalibratsioonis, mis tähendab, et SSR tagajärjel massita jäävad ehk Goldstone komponendid on võetud nullideks. Asendades need potentsiaali (2.1), saame selle kujul

$$V = \frac{\mu_H^2 h^2}{2} + \frac{\lambda_H h^4}{4} + \frac{\mu_S^2 (s^2 + \chi^2)}{2} + \frac{\lambda_S (s^2 + \chi^2)^2}{4} + \frac{\lambda_{SH} h^2 (s^2 + \chi^2)}{4} + \frac{\mu_3 (s^3 - 3s\chi^2)}{2\sqrt{2}}, \quad (2.3)$$

kus kõik parameetrid on reaalsed ning näeme, et ainus kuupliige on s^3 ja potentsiaalil on χ -i suhtes \mathbb{Z}_2 sümmeetria $\chi \rightarrow -\chi$ (\mathbb{Z}_2^χ), mis tuleneb (2.1) invariantsusest teisenduse $S \rightarrow S^\dagger$ all. Kui χ ei omanda VEV-i, jääb \mathbb{Z}_2^χ rikkumata, mis muudab χ stabiilseks ning tumeaine kandidaadiks.

Antud potentsiaali kõikide miinimumide leidmiseks tuleb lahendada ekstreemumvõrrandid (1.3), mis praegusel juhul taanduvad süsteemiks

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial h} &= h \left(\mu_H^2 + \lambda_H h^2 + \frac{\lambda_{SH} (s^2 + \chi^2)}{2} \right) = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial s} &= s \left(\mu_S^2 + \lambda_S (\chi^2 + s^2) + \frac{\lambda_{SH} h^2}{2} \right) + \frac{3\mu_3 (s^2 - \chi^2)}{2\sqrt{2}} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \chi} &= \chi \left(\mu_S^2 + \lambda_S (\chi^2 + s^2) + \frac{\lambda_{SH} h^2}{2} - \frac{3\mu_3 s}{\sqrt{2}} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Selle võrrandisüsteemi lahendid on kokku võetud tabelis 2, kus

$$D_S = -32\lambda_S\mu_S^2 + 9\mu_3^2, \quad D_{HS} = (4\lambda_H\lambda_S - \lambda_{SH}^2)(4\lambda_{SH}\mu_H^2 - 8\lambda_H\mu_S^2) + 9\lambda_H^2\mu_3^2 \quad (2.5)$$

ning ekstreemumi eksisteerimiseks peavad D_S ja D_{HS} olema positiivsed ja VEV-id reaalsed, mis viib tingimusteni, et

$$\langle h \rangle^2 \geq 0, \quad D_S \geq 0, \quad D_{HS} \geq 0. \quad (2.6)$$

Tabel 2: Kokkuvõtte võimalikest potentsiaali (2.3) ekstreemumitest, kus edaspidi konkreetsele lahendile viidates kasutame selle tähist, mis viitab otseselt väljadele, mis omandavad VEV-i. Kahest lahendist, kus $\langle s \rangle \neq 0$ realiseerub miinimumina suurema absoluutväärtusega lahend. Praegu kuna $\mu_3 \leq 0$, realiseeruvad miinimumidena + märgiga variandid. Teine on sadulpunkt või maksimum. D_S ja D_{HS} on antud valemitega (2.5).

Tähis	$\langle h \rangle^2$	$\langle s \rangle$	$\langle \chi \rangle$
\mathcal{O}	0	0	0
\mathcal{H}	$-\frac{\mu_H^2}{\lambda_H}$	0	0
\mathcal{S}_\pm	0	$\frac{-3\mu_3 \pm \sqrt{D_S}}{4\sqrt{2}\lambda_S}$	0
\mathcal{SX}_\pm	0	$\frac{3\mu_3 \pm \sqrt{D_S}}{8\sqrt{2}\lambda_S}$	$\pm\sqrt{3}v_s$
\mathcal{HS}_\pm	$\frac{-\lambda_{SH}v_s^2 - 2\mu_H^2}{2\lambda_H}$	$\frac{-3\lambda_H\mu_3 \pm \sqrt{D_{HS}}}{\sqrt{2}(4\lambda_H\lambda_S - \lambda_{SH}^2)}$	0
\mathcal{HSX}_\pm	$\frac{-4\lambda_{SH}v_s^2 - 2\mu_H^2}{2\lambda_H}$	$\frac{3\lambda_H\mu_3 \pm \sqrt{D_{HS}}}{2\sqrt{2}(4\lambda_H\lambda_S - \lambda_{SH}^2)}$	$\pm\sqrt{3}v_s$

Lahendid kus $\chi = 0$ ja $\chi \neq 0$ (\mathcal{S}/\mathcal{SX} ning $\mathcal{HS}/\mathcal{HSX}$) on omavahel seotud kujul, kui tähistada $\chi \neq 0$ VEV-id alaindeksiga X ,

$$\langle s \rangle^2 = \langle s \rangle_X^2 + \langle \chi \rangle_X^2. \quad (2.7)$$

Samuti on need lahendid kõdunud ehk potentsiaal (2.3) on sama, kust tuleb jällegi välja mudeli \mathbb{Z}_3 sümmeetria. Seega võime valida ühe kolmest kõdunud miinimumist ning siinkohal valime edasises töös vaatlemiseks miinimumid, kus $\chi = 0$, kuna see on vajalik \mathbb{Z}_2^X sümmeetria säilimiseks.

Mudeli üldine massimaatriks, kui $\chi = 0$ on antud kujul

$$\mathcal{M}^2 = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{hh}^2 & \mathcal{M}_{hs}^2 & 0 \\ \mathcal{M}_{hs}^2 & \mathcal{M}_{ss}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{M}_{\chi\chi}^2 \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

kus

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{hh}^2 &= \mu_H^2 + 3\lambda_H h^2 + \frac{\lambda_{SH}s^2}{2}, & \mathcal{M}_{hs}^2 &= \lambda_{SH}hs, \\
\mathcal{M}_{ss}^2 &= \mu_S^2 + 3\lambda_S s^2 + \frac{\lambda_{SH}h^2 + 3\sqrt{2}\mu_3 s}{2}, & \mathcal{M}_{\chi\chi}^2 &= \mu_S^2 + \lambda_S s^2 + \frac{\lambda_{SH}h^2 - 3\sqrt{2}\mu_3 s}{2}.
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Massimaatriksi (h, s) komponentide omaväärtused on

$$2M_{1,2}^2 = \mathcal{M}_{hh}^2 + \mathcal{M}_{ss}^2 \pm \sqrt{(\mathcal{M}_{hh}^2 - \mathcal{M}_{ss}^2)^2 + 4\mathcal{M}_{hs}^2}. \tag{2.10}$$

Miinimumi realiseerumiseks peavad antud maatriksi omaväärtused kohtadel $h = \langle h \rangle$, $s = \langle s \rangle$ olema positiivsed.

2.1.1 Tumeaine kandidaat uuritavas mudelis

Käesolevas töös uurime juhtu, kus $T = 0$ juures on \mathbb{Z}_3 sümmeetria spontaanselt rikutud, kuna lõppvaakumiks on \mathcal{HS}_+ , kus edaspidi tähistame $\mathcal{HS}_+ = \mathcal{HS}$ ja $\mathcal{S}_+ = \mathcal{S}$. Tumeaine realiseerub singleti S imaginaarse komponendina χ . Nagu nägime potentsiaali (2.3) juures on χ -l \mathbb{Z}_2 sümmeetria ning kui χ ei omanda VEV-i jääb see rikkumata.

Defineerides väljad \mathcal{HS} miinimumi ümber väikeste võnkumistena kujul

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_h + h \end{pmatrix}, \quad S = \frac{v_s + s + i\chi}{\sqrt{2}}, \tag{2.11}$$

kus v_h ja v_s on \mathcal{HS} miinimumi VEV-id toodud tabelis 2 ning χ on tumeaine kandidaat. Kuna valisime $\mu_3 \leq 0$ siis $v_s > 0$.

λ_{SH} liige potentsiaalis tingib h ja s komponentide segunemise, mis realiseeruvad füüsikaliste väljadena h_1 ja h_2 ning mille massid on antud massimaatriksi (h, s) komponentide omaväärtustega \mathcal{HS} miinimumis. Massimaatriksi saab diagonaliseerida ortogonaalteisenduse $O^T \mathcal{M}^2 O = M_D^2$ abil, kus

$$O = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad M_D^2 = \begin{pmatrix} M_{h_1}^2 & 0 \\ 0 & M_{h_2}^2 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

ning segunemisnurk θ rahuldab tingimust

$$\tan(2\theta) = \frac{2\mathcal{M}_{hs}^2}{\mathcal{M}_{hh}^2 - \mathcal{M}_{ss}^2}. \tag{2.13}$$

Algsed väljad h, s on antud füüsikalised väljade $h_{1,2}$ kaudu kujul $\phi = O\phi_D$

$$\begin{pmatrix} h \\ s \end{pmatrix} = O \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 \cos(\theta) - h_2 \sin(\theta) \\ h_1 \sin(\theta) + h_2 \cos(\theta) \end{pmatrix}. \tag{2.14}$$

Pseudo-skalaar χ ei segune teiste väljadega ning selle mass on

$$M_\chi^2 = \mu_S^2 + \lambda_S v_s^2 + \frac{\lambda_{SH} v_h^2 - 3\sqrt{2}\mu_3 v_s}{2}. \quad (2.15)$$

Vastavatest massidest $M_{h_1}^2$, $M_{h_2}^2$ ja M_χ^2 , segunemismurgast θ ning VEV-idest \mathcal{HS} miinimumis v_s, v_h avaldame algse potentsiaali parameetrid

$$\lambda_H = \frac{M_{h_1}^2 \cos^2(\theta) + M_{h_2}^2 \sin^2(\theta)}{2v_h^2}, \quad (2.16a)$$

$$\lambda_S = \frac{3M_{h_1}^2 \sin^2(\theta) + 3M_{h_2}^2 \cos^2(\theta) + M_\chi^2}{6v_s^2}, \quad (2.16b)$$

$$\lambda_{SH} = \frac{(M_{h_1}^2 - M_{h_2}^2) \sin(2\theta)}{2v_h v_s}, \quad (2.16c)$$

$$\mu_H^2 = -\frac{M_{h_1}^2 + M_{h_2}^2}{4} - \frac{(M_{h_1}^2 - M_{h_2}^2)(v_h \cos(2\theta) + v_s \sin(2\theta))}{4v_h}, \quad (2.16d)$$

$$\mu_S^2 = -\frac{M_{h_1}^2 + M_{h_2}^2}{4} + \frac{M_\chi^2}{6} + \frac{(M_{h_1}^2 - M_{h_2}^2)(v_s \cos(2\theta) - v_h \sin(2\theta))}{4v_s}, \quad (2.16e)$$

$$\mu_3 = -\frac{2\sqrt{2}}{9} \frac{M_\chi^2}{v_s}. \quad (2.16f)$$

Me identifitseerime h_1 kui SM Higgsi osakese ning fikseerime selle massi SM väärtusele $M_{h_1} = 125.09$ GeV [37]. Samuti fikseerime Higgsi VEV-i SM väärtusele $v_h = 246.22$ GeV, et tagada kooskõla SM-ga. Seega on mudelis neli vaba parameetrit: M_{h_2} , M_χ , segunemismurk θ ning s -i VEV v_s \mathcal{HS} miinimumis.

Edaspidises töös kasutame just seda parametriseringut. Valemite esitamisel kasutame siiski ka algseid parameetreid, kuna see võimaldab kompaktsemat tulemust, kuid arvestame alati, et kehtib toodud parametrisering (2.16) ja \mathcal{HS} on alati $T = 0$ miinimum, $\mu_3 < 0$ ning $\lambda_S, \lambda_H > 0$.

2.1.2 Piirangud mudeli parameetritele

Korrektse tumeaine realisatsiooni jaoks on vaja, et $T = 0$ juures omandavad VEV-id h ja s ehk realiseeruks \mathcal{HS} miinimum. Siinkohal nõuame, et viimane oleks ka globaalne miinimum ja see- ga absoluutselt stabiilne. Metastabiilsusega, ehk \mathcal{HS} ei ole globaalne, kuid faasisiiret globaal- sesse miinimumi veel ei ole toimunud, me ei arvesta, kuna mõju lubatud parameetrite ruumile on väike [16].

Mudeli usaldusväärsus

Vastavalt [16] on potentsiaal (2.3) altpoolt tõkestatud, kui

$$\lambda_H > 0, \quad \lambda_S > 0, \quad 2\sqrt{\lambda_H \lambda_S} + \lambda_{SH} > 0, \quad (2.17)$$

kus kasutades parametriseringut (2.16), on esimesed kaks tingimust alati täidetud.

Potentsiaali parameetrite ülemise piiri seavad häiritusteooria kehtivuse piirangud, mis tagavad, et häiritusteooria usaldusväärsuse ning unitaarsuse piirangud, mis tagavad tõenäosuste jäämise

väiksemaks, kui 1 (kokkuvõttvalt UP piirangud). Vastavalt [16] on tugevaimad piirangud

$$|\lambda_S| \leq \pi, \quad |\lambda_H| \leq 4\pi, \quad |\lambda_{SH}| \leq 4\pi, \quad |3\lambda_H + 2\lambda_S \pm \sqrt{(3\lambda_H - 2\lambda_S)^2 + 2\lambda_{SH}^2}| \leq 8\pi. \quad (2.18)$$

Eksperimentaalsed tulemused Higgsi bosoni kohta

Kui M_χ ja/või $M_{h_2} \leq M_{h_1}/2$ on võimalik Higgsi bosoni lagunemine kaheks mitte-SM-osakeseks, mida nimetatakse Higgsi nähtamatuks lagunemiseks (HNL). Selline protsess on aga tugevalt piiratud LHC eksperimendist. HNL laius kaheks osakeseks η on antud [17]

$$\Gamma_{h_1 \rightarrow \eta\eta} = \frac{\lambda_{h_1\eta\eta}^2}{8\pi M_{h_1}} \sqrt{1 - 4 \frac{M_\eta^2}{M_{h_1}^2}}, \quad (2.19)$$

kus η saab praegu olla kas h_2 või χ ning $\lambda_{h_1\eta\eta}$ on lagunemise $h_1 \rightarrow \eta\eta$ seosekonstant ehk potentsiaali vastava liikme kordaja, mis konkreetselt on antud

$$\lambda_{h_1 h_2 h_2} = \frac{\sin(2\theta) \left\{ [M_{h_1}^2 + 2M_{h_2}^2] [v_s \sin(\theta) + v_h \cos(\theta)] + \frac{1}{3} M_\chi^2 v_h \cos(\theta) \right\}}{4v_h v_s}, \quad (2.20)$$

$$\lambda_{h_1 \chi \chi} = \frac{(M_{h_1}^2 + M_\chi^2) \sin(\theta)}{2v_s}.$$

Sellise lagunemisprotsessi osakaal kogu Higgsi lagunemisest on antud kujul

$$\text{BR}_{\text{inv}} = \frac{\sum_\eta \Gamma_{h_1 \rightarrow \eta\eta}}{\Gamma_h^{\text{SM}} + \sum_\eta \Gamma_{h_1 \rightarrow \eta\eta}}, \quad (2.21)$$

kus $\Gamma_h^{\text{SM}} = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ GeV}$ ning LHC eksperimendi tulemuste statistilisest sobivusest on leitud, et peab kehtima $\text{BR}_{\text{inv}} < 0,17$ [38].

Samuti piirab LHC Higgsi interaktsioonide tugevuste mõõtmised segunemismuruga θ väärtusi [39]

$$|\sin(\theta)| \leq 0,36, \quad \text{kui } M_{h_2} > M_{h_1} \quad \text{ja} \quad |\sin(\theta)| \leq 0,5, \quad \text{kui } M_{h_2} < M_{h_1}, \quad (2.22)$$

kuna $\theta \neq 0$ puhul on h_1 interaktsioonid nõrgemad kui puhtal Higgsil.

Tumeaine tihedus ja otsene detekteerimine

Järgnevalt kirjeldatud arvutused teostas minu juhendaja K. Kannike ja edasises töös on kasutatud tema arvutatud punkte sisendina numbrilistes arvutustes.

Käesolevalt on tegu tumeaine mudeliga ning seega on oluline vastavus tumeaine jääktiheduse eksperimentaalsete andmetega, mis Plancki satelliidi viimaste tulemuste kohaselt on [7]

$$\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0,120 \pm 0,001. \quad (2.23)$$

Antud piirangut rahuldavate parameetrite leidmiseks kasutati micrOMEGAs [40] paketti, mil-

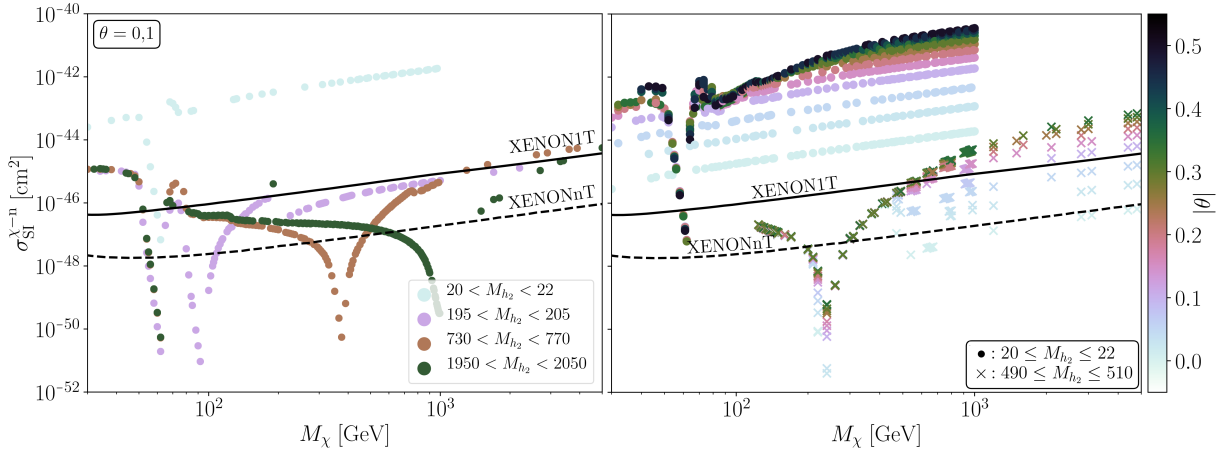
lega skaneeriti üle parameetrite ruumi vahemikes

$$1 \text{ GeV} \leq M_{h_2} \leq 20 \text{ TeV}, \quad 30 \text{ GeV} \leq M_\chi \leq 5 \text{ TeV}, \quad -0,5 \leq \sin(\theta) \leq 0,5, \quad (2.24)$$

Mudel neljas vaba parameeter v_s valiti, et tumeaine jääktihedus tuleks korrektne (2.23) läbi tumeaine väljakülmumise protsessi kirjeldatud peatükis 1.2.

Samuti arvutati micrOMEGAs paketi tumeaine spinnist sõltumatu OD ristlõike $\sigma_{\text{SI}}^{\chi-n}$, kus spinnist sõltumatu ristlõike on oluline kuna, meil on tegemist spinn-0 skalaariga. Käesoleva mudeli oluliseks karakteristikuks on puutaseme OD ristlõike loomulik mahasurutus läbi välja taandumise mehhanismi [17], mille realiseerumiseks on vajalik väljade h , s segunemine. Selle tagame, nõudes praeguseks hetkeks \mathcal{HS} miinimumi realiseerumist. Ilma segunemiseta toimuvad interaktsioonid nukleonitega ainult läbi h , kuid segunemise tõttu saab hajumine nukleonidelt toimuda läbi nii h_1 -e kui ka h_2 -e. Lähtuvalt h , s kirjeldusest $h_{1,2}$ kaudu (2.14) tekivad potentsiaalis vastandmärkidega liikmed, mis viivad ka OD amplituudis vastandmärkidega liikmete tekkeni ja seega vastava ristlõike vähenemiseni.

Joonisel 2 on näidatud $\sigma_{\text{SI}}^{\chi-n}$ sõltuvus skaneeritud mudeli parameetritest ning eksperimentaalsed piirangud. Tugevaimalt on piiratud madala M_{h_2} või suure $|\theta|$ piirkond. Resonantsipiirkondades $M_\chi \approx M_{h_{1,2}}/2$, kus on võimalik efektiivne annihileerumine $\chi\chi \rightarrow h_{1,2} \rightarrow \psi\bar{\psi}$ ja ψ on mõni SM fermion nt. müüon, saab korrektse tumeaine tiheduse saavutada ilma isegi ehitatava XENONnT piiranguid rikkumata.



Joonis 2: OD ristlõike sõltuvus tumeaine massist M_χ , kus näidatud on UP-d rahuldavad punktid. **Vasakul:** $\sigma_{\text{SI}}^{\chi-n}$ sõltuvus M_{h_2} -st näitatuna nelja erineva M_{h_2} võrdlusena. **Paremal:** $\sigma_{\text{SI}}^{\chi-n}$ sõltuvus $|\theta|$ -st, mida näitab värvikood [41]. Joonisel punktid tähistavad $20 \text{ GeV} \leq M_{h_2} \leq 22 \text{ GeV}$ ning ristid $490 \text{ GeV} \leq M_{h_2} \leq 510 \text{ GeV}$. Mustad jooned näitavad praegust XENON1T [24] ja hinnangulist XENONnT [15] piirangut, millest suurema $\sigma_{\text{SI}}^{\chi-n}$ puhul on parameetrid keelatud.

2.2 Faasisiirded uuritavas mudelis

Enne gravitatsioonilainete uurimist vaatleme, millised faasisiirded võiksid antud mudelis tekitada ka GL-id. Selleks kasutame efektiivset potentsiaali kõrge temperatuuri lähendis (1.14), mis

ei anna küll täpseid tulemusi FS karakteristikute kohta, nagu nukleatsiooni temperatuuri väärtus, kuid võimaldab analüütiliselt hinnata võimalike FS-te toimumist. Täpsed ühe-silmuse parandid võivad muuta FS-te struktuuri ja tekitada juurde ka uusi võimalike faase või muuta 2. järku siirded 1. järku siireteks, kuid üldjuhul on need nõrgalt 1. järku.

Lähtudes eelnevalt tehtud kitsendusest vaadata miinimume, kus $\chi = 0$, jääb võimalikuks neli faasi \mathcal{O} , \mathcal{H} , \mathcal{S} , \mathcal{HS} . Kasutades terminisi parandeid kõrge temperatuuri lähendis (1.14) saab kirjutada efektiivse potentsiaali, tehes massiparameetrite asendused $\mu_{H,S}^2 \rightarrow \mu_{H,S}^2(T)$, kus

$$\mu_S^2(T) = \mu_S^2 + c_s T^2, \quad \mu_H^2(T) = \mu_H^2 + c_h T^2. \quad (2.25)$$

μ_S^2 ja μ_H^2 on algsed massiparameetrid $T = 0$ juures ning

$$c_s = \frac{1}{3}\lambda_S + \frac{1}{6}\lambda_{SH}, \quad c_h = \frac{1}{48}(9g^2 + 3g'^2 + 12y_t^2 + 24\lambda_H + 4\lambda_{SH}). \quad (2.26)$$

g , g' ja y_t liikmed tulevad W^\pm ja Z bosonite ning t-kvargi panustest, mille massid ja vabadusastmed on antud [16]

$$M_{W^\pm}^2 = \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)h^2, \quad M_Z^2 = \frac{1}{4}g^2h^2, \quad M_t^2 = \frac{1}{2}y_t^2h^2, \quad (2.27)$$

$$n_{W^\pm}^2 = 6, \quad n_Z^2 = 3, \quad n_t^2 = 12, \quad (2.28)$$

kus $g = 0,64754$ ja $g' = 0,35940$ on vastavalt nõrga vastastikmõju isospinni ja hüperlaengu seosekonstandid ning $y_t = 0,95096$ on SM t-kvargi Yukawa seosekonstant. Kergematest osakestest tulevad parandid on tühised ning neid siinkohal ei arvesta.

FS-te puhul on üheks põhiliseks parameetriks kriitiline temperatuur T_k , mis on defineeritud kui temperatuur, kus potentsiaal kahes ekstreemumis on võrdne. Analüütiliselt leitavad kriitilised temperatuurid on

$$T_k^2(\mathcal{O} \leftrightarrow \mathcal{H}) = -\frac{\mu_H^2}{c_h}, \quad T_k^2(\mathcal{O} \leftrightarrow \mathcal{S}) = \frac{\mu_3^2 - 4\lambda_S\mu_S^2}{4c_s\lambda_S}, \quad T_k^2(\mathcal{H} \leftrightarrow \mathcal{HS}) = \frac{\lambda_H^2\mu_3^2 - D_{HS}}{4\lambda_2\lambda_4},$$

$$T_k^2(\mathcal{S} \leftrightarrow \mathcal{HS}) \approx \frac{-9c_h\lambda_{SH}\mu_3^2 + \lambda_3(8\lambda_{SH}\mu_S^2 - 16\lambda_S\mu_H^2) + 3\lambda_{SH}\mu_3\sqrt{9c_h^2\mu_3^2 + 16\Delta\mu^2\lambda_3}}{8\lambda_3^2}, \quad (2.29)$$

kus tähistame

$$\lambda_2 = c_h\lambda_{SH} - 2c_s\lambda_H, \quad \lambda_3 = 2c_h\lambda_S - c_s\lambda_{SH}, \quad \lambda_4 = 4\lambda_H\lambda_S - \lambda_{SH}^2, \quad \Delta\mu^2 = c_s\mu_H^2 - c_h\mu_S^2, \quad (2.30)$$

mida kasutame ka edaspidi. Viimane lähendus kehtib piirkonnas, kus faasisiire on ligilähedaselt teist järku, sest see on täpne võrrand temperatuuri jaoks, kui VEV-id \mathcal{S} ja \mathcal{HS} ekstreemumis on võrdsed. Esimest järku faasisiirde jaoks leiame kriitilise temperatuuri numbriliselt nagu ka $\mathcal{O} \leftrightarrow \mathcal{HS}$ ja $\mathcal{H} \leftrightarrow \mathcal{S}$ jaoks.

Ekstreemumid \mathcal{S}_- ja \mathcal{HS}_- ei saa miinimumidena realiseeruda ka $T \neq 0$ juhul, kuna nende massimaatriksi omaväärtuste hulgas on kaks, mis vahetavad samaaegselt märki, kuid vastupidiselt, mis tähendab, et alati on üks massimaatriksi omaväärtus negatiivne.

2.2.1 Faasisiirete järk ja toimumine

TJFS jaoks peavad mõlema miinimumi VEV-id olema samad $T = T_k$ juures, vastasel juhul on toimub EJFS.

Ülemineku $\mathcal{O} \Leftrightarrow \mathcal{H}$ puhul on mõlemas ekstreemumis $\langle h \rangle_{\mathcal{O}, \mathcal{H}}(T_k) = 0$, mis tähendab TJFS-t. Siirde toimumiseks peavad \mathcal{O} ja \mathcal{H} olema miinimumid kui $T = T_k$, mis annab tingimuse

$$\mu_S^2 > \frac{c_s \mu_H^2}{c_h}. \quad (2.31)$$

$\mathcal{O} \Leftrightarrow \mathcal{S}$ puhul on \mathcal{S} VEV $\langle s \rangle_{\mathcal{S}}(T_k) = -\frac{\mu_3}{\sqrt{2}\lambda_S}$ kuid $\langle s \rangle_{\mathcal{O}}(T_k) = 0$ ning toimub EJFS. Siirde toimumiseks peavad aga kehtima veel

$$\mu_H^2 > \frac{c_h(4\lambda_S\mu_S^2 - \mu_3^2)}{4c_s\lambda_S} - \frac{\lambda_{SH}\mu_3^2}{16\lambda_S^2}, \quad \mu_H^2 > \frac{c_h(4\lambda_S\mu_S^2 - \mu_3^2)}{4c_s\lambda_S}, \quad (2.32)$$

mis tagavad massimaatriksi omaväärtuste positiivsuse.

$\mathcal{H} \Leftrightarrow \mathcal{HS}$ puhul on \mathcal{HS} miinimumis $\langle s \rangle_{\mathcal{HS}}(T_k) = -\frac{\sqrt{2}\lambda_H\mu_3}{\lambda_4}$, mis tähendab EJFS-t, kuna $\langle s \rangle_{\mathcal{H}}(T_k) = 0$. Siirdeks peab lisaks vähemalt kehtima tingimus

$$\frac{4\lambda_H(c_h\lambda_H\mu_3^2 + \Delta\mu^2\lambda_4)}{\lambda_2\lambda_4} > 0 \quad (2.33)$$

mis tuleb lihtsaimast massimaatriksi omaväärtustest.

2.2.2 Kõrge temperatuuri miinimum

Sõltuvalt c_h ja c_s märgist on võimalikud kõrge temperatuuri miinimumid (KTM), kas \mathcal{O} , \mathcal{H} või \mathcal{S} . Seda saab näha massimaatriksi omaväärtustest vastavas miinimumis. Vaatame konkreetselt \mathcal{O} miinimumi juhtu, kus massimaatriksi omaväärtused on

$$M_{hh}^2(T) = T^2 c_h + \mu_H^2, \quad M_{ss}^2(T) = T^2 c_s + \mu_S^2. \quad (2.34)$$

Kõrge temperatuuri lähendis on μ_H^2 ja μ_S^2 tühised ja seega kui $c_h < 0$ või $c_s < 0$, siis \mathcal{O} ei saa olla KTM.

\mathcal{H} miinimumi puhul annavad \mathcal{M}^2 omaväärtused tingimusteks

$$\text{a) } c_h < 0, \quad \text{b) } 2\lambda_H c_s - \lambda_{SH} c_h > 0. \quad (2.35)$$

Viies tingimused vastavusse mudeli parameetritega, saame

$$c_h < 0 \xrightarrow{(2.26)} \lambda_{SH} < 0 \xrightarrow{(2.16c)} M_{h_2} \gtrless M_{h_1}, \text{ kui } \theta \gtrless 0, \quad (2.36)$$

kus kaks viimast tingimust on tarvilikud, kuid mitte piisavad, et $c_h < 0$.

Kui $\lambda_{SH} < 0$, siis c_s võib olla nii positiivne kui ka negatiivne. Kui $c_s < 0$, siis ei saa (2.35b) kunagi kehtida. Seega peab kehtima $c_s > 0$, mille puhul tuleb aga vaadata ka täpsemalt (2.35b) liikmete omavahelisi suhteid. Võttes, et parameetrid rahuldavad UP piiranguid (2.18), siis ei saa korraga kehtida $c_h < 0$ ja $c_s > 0$, sest $c_h < 0$ kehtimiseks peab olema $\lambda_{SH} \lesssim -2,39\pi$, kui $\lambda_H = 0$. Teine tingimus, $c_s > 0$, aga nõuab $\lambda_{SH} > -\frac{3}{2}\lambda_S$, mis annab nõrgimaks piiranguks $\lambda_{SH} > -\frac{3}{2}\pi$. See on aga vastuolus eelmise tingimusega ning \mathcal{H} ei saa olla KTM.

\mathcal{S} miinimumi puhul on tingimused üpriski sarnased eelmisele juhule

$$\text{a) } c_s < 0, \quad \text{b) } 2\lambda_S c_h - \lambda_{SH} c_s > 0, \quad (2.37)$$

$$c_s < 0 \xrightarrow{(2.26)} \lambda_{SH} < 0 \xrightarrow{(2.16c)} M_{h_2} \geq M_{h_1}, \text{ kui } \theta \geq 0, \quad (2.38)$$

mis jällegi on ainult tarvilikud tingimused. Kuna peab kehtima $\lambda_{SH} < 0$, siis tingimusest (2.37b) lähtuvalt peab kehtima ka $c_h > 0$.

2.2.3 $T = 0$ miinimum

$T = 0$ juures otsime globaalset miinimumi. Parametriseeringu (2.16) definitsiooni kohaselt on \mathcal{HS} alati miinimum $T = 0$ juures, kuid ei pruugi olla globaalne. Seega on lihtsaim vaadata kuna teised miinimumid on globaalsed. Kõigepealt peavad miinimumi eksisteerimiseks massimaartiksi omaväärtused olema positiivsed ning VEV-id reaalsed. See annab väga lihtsad tingimused \mathcal{O} eksisteerimiseks: $\mu_H^2 > 0$, $\mu_S^2 > 0$, kus esimese kehtimiseks on tarvilik $M_{h_2} \geq M_{h_1}$, kui $\theta \geq 0$.

\mathcal{H} ja \mathcal{S} jaoks aga

$$\mathcal{H} : \mu_H^2 < 0, \quad \mu_S^2 > \frac{\lambda_{SH}\mu_H^2}{2\lambda_H} \quad \text{ja} \quad \mathcal{S} : \mu_H^2 > -\frac{\lambda_{SH}\langle s \rangle^2}{2}, \quad \mu_S^2 < \frac{9\mu_3^2}{32\lambda_S}, \quad (2.39)$$

kus tingimusi on ainult kaks, sest \mathcal{O} ja \mathcal{H} puhul on üks omaväärtus kahekordne ning \mathcal{S} puhul on kaks omaväärtust alati positiivsed, kui $\langle s \rangle$ on reaalne, millest tuleb viimane tingimus.

Kuna meile on oluline, et lõppfaas oleks \mathcal{HS} , siis toome tingimused, et viimane oleks globaalne:

$$V(\mathcal{HS}) < V(\mathcal{O}) \Rightarrow \mu_S^2 < -\frac{v_s^3(\lambda_S v_s + \sqrt{2}\mu_3) + v_h^2(\lambda_H v_h^2 + \lambda_{SH} v_s^2 + 2\mu_H^2)}{2v_s^2} \quad (2.40a)$$

$$V(\mathcal{HS}) < V(\mathcal{H}) \Rightarrow \mu_S^2 < \frac{2\lambda_H^2\mu_3^2 + 4\lambda_H\lambda_S\lambda_{SH}\mu_H^2 - \lambda_{SH}^3\mu_H^2}{2\lambda_H\lambda_4}, \quad (2.40b)$$

$$V(\mathcal{HS}) < V(\mathcal{S}) \Rightarrow \mu_H^2 < \frac{-\lambda_S^3 v_h^2 (\lambda_H v_h^2 + \lambda_{SH} v_s^2) - \lambda_S^3 v_s^2 (\lambda_S v_s^2 + \sqrt{2}\mu_3 v_s + 2\mu_S^2) - \lambda_S^2 \mu_S^4}{2\lambda_S^3 v_h^2} + \frac{16\lambda_S\mu_3\mu_S^2 (9\mu_3 - 2\sqrt{D_S}) + 9\mu_3^3 (-3\mu_3 + \sqrt{D_S})}{256\lambda_S^3 v_h^2}, \quad (2.40c)$$

kus D_S on antud valemiga (2.5) ning iga tingimust tuleb kontrollida ainult piirkonnas, kus vas-

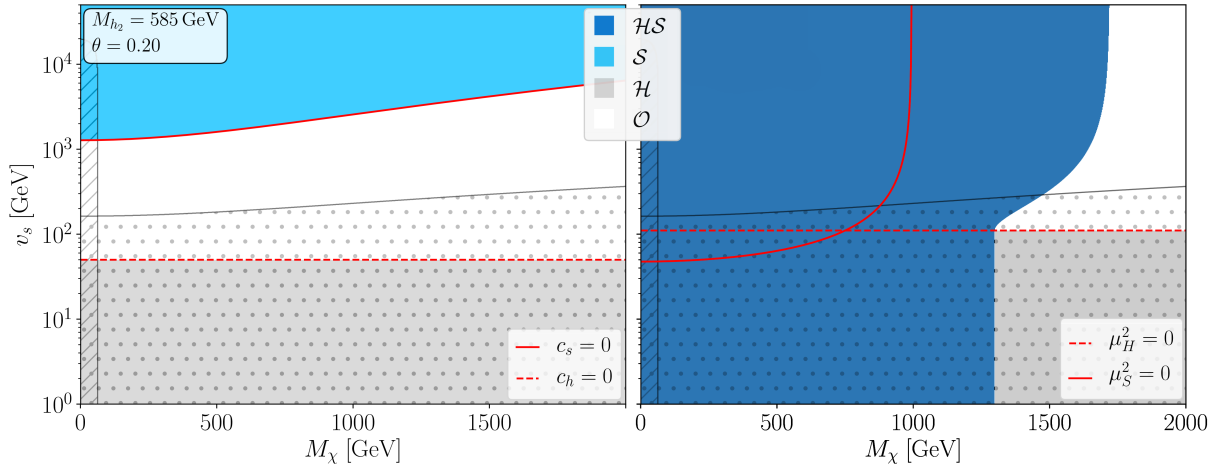
tavalt \mathcal{O} , \mathcal{H} või \mathcal{S} on miinimum.

Neist tingimustest teine (2.40b) annab lihtsa kuju parametrizeeringus (2.16):

$$M_\chi^2 < \frac{9M_{h_1}^2 M_{h_2}^2}{M_{h_1}^2 \cos^2(\theta) + M_{h_2}^2 \sin^2(\theta)}, \quad (2.41)$$

mis piirjuhul $\theta \rightarrow 0$ annab tingimuse $M_\chi < 3M_{h_2}$. Seda võib vaadata kui jämedat hinnangut, kuna on \mathcal{HS} globaalne miinimum ja seega seab ülemise piiri ka lubatud tumeaine massile M_χ . Ka joonistelt 3 ja 4 on näha, et saadud tingimus päris hea hinnangu, kui M_{h_2} ja θ ei lähe väga suureks.

Lõplikud tulemused esitame graafiliselt $M_\chi - v_s$ tasandil, kus oleme fikseerinud M_{h_2} ning θ ja on näidatud ka peatükis 2.1.2 toodud UP ja HNL piirangute poolt keelatud piirkonnad.

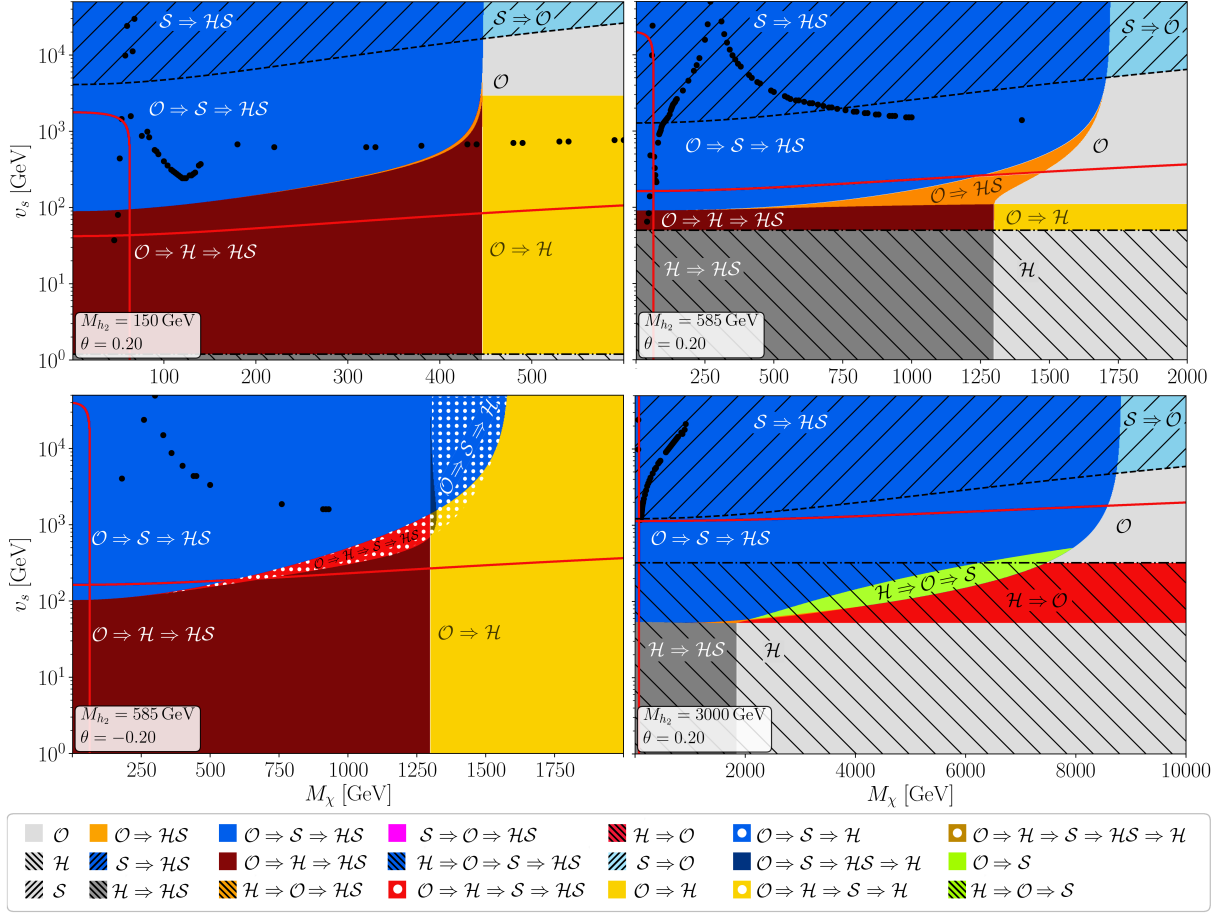


Joonis 3: Kõrge ja madala temperatuuri miinimumide eksisteerimise piirkonnad $M_\chi - v_s$ tasandil. Täppidega piirkond on keelatud UP ja viirutatud HNL poolt. **Vasakul:** Kõrge temperatuuri miinimum. **Paremal:** $T = 0$ globaalne miinimum.

2.2.4 Faasisiirded

Lähtuvalt ainult eelnevalt leitud alg- ja lõppfaasidest on võimalike FS-te spekter juba üpriski rikkalik ning täpsem analüüs avaldab väga palju erinevaid FS-deid, kuid ka piirkondi ilma ühegi faasisiirdeta.

Kokkuvõtvalt esitame tulemused graafiliselt $M_\chi - v_s$ tasandil, kus on näidatud keelatud piirkond ning mustade punktidega korrektse tumeaine jääktiheduse andev riba, mille leidmise detailid on toodud järgmises peatükis. Vastavate graafikute saamiseks kombineeriti võrratused (2.31 - 2.40), keerulisemad tingimused $\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{HS}$ ja $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$ üleminekute jaoks ning numbrilised arvutused $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{HS}$ ja $\mathcal{S} \Leftrightarrow \mathcal{H}$ jaoks, ühiste piirkondade leidmiseks. Sõltuvalt M_{h_2} väärtusest ja θ märgist on üldiselt eristatavad kolme liiki tulemusi teatud miinimumide eksisteerimise ja FS-te tekkimise läbi.



Joonis 4: Faasisiirete tüüpide piirkonnad $M_\chi - v_s$ tasandil fikseeritud M_{h_2} ja θ juures. Neli erinevat graafikut näitavad tüüpilisi piirkondi erinevate juhtude jaoks. Punased jooned näitavad UP ja HNL piiranguid ning mustad täpid korrektse tumeaine tihedusega punkte. 45° nurga all viirutatud piirkonnas on \mathcal{H} kõrge temperatuuri miinimum, -45° nurga all viirutatud piirkonnas \mathcal{S} .

a) Nii \mathcal{H} , \mathcal{S} kui ka \mathcal{O} saavad olla KTM-id, kuid \mathcal{S} ei ole $T = 0$ juures globaalne. Joonis 4 kaks ülemist joonist.

Realiseerub kui $M_{h_1} < M_{h_2} \lesssim 1000$ GeV, kui $\theta > 0$ ning $M_{h_1} > M_{h_2}$, kui $\theta < 0$. Täpne ülemine piir $\theta > 0$ puhul sõltub θ väärtusest ja kasvab järsult kui $\theta \rightarrow 0$. Segunemisnurga vahemikus $0,05 \leq \theta \leq 0,4$ on ülemine piir 750 GeV $< M_{h_2} < 1250$ GeV. Suurema M_{h_2} puhul teostub võimalus c).

b) $M_{h_2} \leq M_{h_1}$, kui $\theta \geq 0$, kus \mathcal{O} ei saa olla $T = 0$ miinimum aga on alati KTM. Lisaks on enamasti võimalik ka vaheetapina uus siire $\mathcal{H} \Leftrightarrow \mathcal{S}$. Joonis 4 all vasakul.

c) Suur M_{h_2} (suurem kui juhu a) ülemine piir) ja $\theta > 0$, kus tekib võimalus $\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{O} \dots$ tüüpi siireteks ning \mathcal{S} võib olla lõppmiinimum. Nõudes aga UP piirangute rahuldamist tähendab see, et FS-ded läbi \mathcal{H} ei ole enam võimalikud, kuna \mathcal{H} saab olla ainult KTM, mis on aga keelatud UP poolt. Vaata joonis 4 all paremal.

Jooniselt 4 on näha, et kuigi erinevaid FS-te tüüpe on palju, siis võimalusi, et jõuda korrektssesse faasi \mathcal{HS} ja samal ajal rahuldada UP piiranguid, nii palju ei ole. Suures osas parameetrite ruumist

on olemas $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$ ja $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$, kuid see nõuab siiski $v_s \gtrsim 100$ GeV. Et faasisiire läbiks \mathcal{H} -d, on tarvilik väiksem M_{h_2} , mis lõdvendab UP piiri ning toob ka korrektse tumeaine jääktiheduse madalama v_s juurde. Siis on võimalikud ka siirded $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{HS}$. $M_{h_2} \leq M_{h_1}$, kui $\theta \geq 0$ puhul on võimalik vaheetapina $\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{S}$. Samal ajal aga jätab väiksem M_{h_2} ka väiksema piirkonna, kus \mathcal{HS} on globaalne, kus vastav piir on antud valemiga (2.41).

GL signaali perspektiivist vaadatuna ootame suures parameetrite ruumis tugevaimaid GL-eid FS-st $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{S}$, kuna teine etapp $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$ on üldiselt teist järku. Teatud piirkonnas võib $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$ anda ka EJFS-deid, kus vastav piirkond on suurem suurema θ ja M_{h_2} puhul. Suhteliselt väikese M_{h_2} ($\approx M_{h_1}$) puhul ootame ka siirdeid läbi \mathcal{H} , kus GL signaali võiks anda $\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{HS}$ ja suure M_{h_2} ($\gtrsim 1000$ GeV) puhul väga tugevaid GL ei oota, kuna võimalik ainult $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$.

2.3 CosmoTransitions mudeli implementatsioon

Numbriliste arvutuste teostamisel kasutati paketti CosmoTransitions (CT) [25], mis võimaldab uurida skalaarväljade arengut sõltuvalt temperatuurist. CT leiab numbriliselt täieliku ühe silmu-se efektiivse potentsiaali kasutades valemuid (1.9, 1.11, 1.12), võimalikud faasid ja siirded nende vahel. Iga FS jaoks võimaldab CT leida eukleidilise mõju (1.15), tunneleerumise tee ning FS-t kirjeldavad temperatuurid ja VEV-id. CT paketi kasutamiseks tuleb kirjeldada uuritav mudel CT raamistikus.

Mudeli kirjutamisel lähtusime parametrizeeringust \mathcal{HS} miinimumi omaduste põhjal, mille kaudu leidsime algse potentsiaali parameetrid valemist (2.16). Edasine töö toimub algse potentsiaaliga (2.1). Ilma üldisust kaotamata valime, et $\chi = 0$. See lihtsustab ja kiirendab oluliselt arvutusi ning lisaks väldime numbrilisi kõrvalekaldeid χ sihis. Lisaks vaatleme miinimume, kus $h > 0$, sest potentsiaalil on kaks kõdunud miinimumi kohtadel $h, -h$ ning samuti $s > 0$, kuna $v_s > 0$.

Teine oluline punkt siinkohal on kirjutada mudelisse osakeste massid, millest lähtudes CosmoTransitions pakett leiab efektiivse potentsiaali, kirjeldatud peatükis 1.3.2. Väljadest sõltuvate masside leidmisel tuleb siiski kasutada kogu väljade komplekti, sest vastasel juhul jäävad osad parandid lisamata ja tulemus pole enam korrektne. Väljadest sõltuvad massid on antud valemitega (2.10). Lisaks lisame ka W^\pm , Z bosonite ja t-kvargi massid ning vabadusastmed, mis on antud valemitega (2.27, 2.28). Renormalisatsiooni skaala valime kui SM-i t-kvargi massi $Q = M_t = 172,44$ GeV.

Viimaks lisame efektiivsele potentsiaalile vastupotentsiaali

$$\delta V = \delta\mu_H^2 |H|^2 + \delta\lambda_H |H|^4 + \delta\mu_S^2 |S|^2 + \delta\lambda_S |S|^4 + \delta\lambda_{SH} |S|^2 |H|^2 + \frac{\delta\mu_3}{2} (S^3 + S^{\dagger 3}). \quad (2.42)$$

See võimaldab fikseerida kuus tingimust, mida soovime säilitada puutaseme potentsiaalil. Esi-

teks jätame paika \mathcal{HS} miinimumi VEV-id, mis annab tingimused

$$\partial_h(\Delta V + \delta V) \Big|_{\substack{h=v_h \\ s=v_s \\ \chi=0}} = 0, \quad \partial_s(\Delta V + \delta V) \Big|_{\substack{h=v_h \\ s=v_s \\ \chi=0}} = 0. \quad (2.43)$$

Teiseks jätame paika massimaatriksi, mis annab kolm tingimust reaalkomponentide jaoks

$$\partial_h^2(\Delta V + \delta V) \Big|_{\substack{h=v_h \\ s=v_s \\ \chi=0}} = 0, \quad \partial_s^2(\Delta V + \delta V) \Big|_{\substack{h=v_h \\ s=v_s \\ \chi=0}} = 0, \quad \partial_h \partial_s(\Delta V + \delta V) \Big|_{\substack{h=v_h \\ s=v_s \\ \chi=0}} = 0 \quad (2.44)$$

ning ühe M_χ jaoks

$$\partial_\chi(\Delta V + \delta V) \Big|_{\substack{h=v_h \\ s=v_s \\ \chi=0}} = 0. \quad (2.45)$$

Lahendades saadud kuus võrrandit vastupotentsiaali (2.42) parameetrite jaoks saame

$$\delta\lambda_H = \frac{1}{2v_h^3}(\partial_h\Delta V - v_h\partial_h^2\Delta V) \quad (2.46a)$$

$$\delta\lambda_S = \frac{1}{6v_s^3}(4\partial_s\Delta V - v_s\partial_\chi^2\Delta V - 3v_s\partial_s^2\Delta V) \quad (2.46b)$$

$$\delta\lambda_{SH} = -\frac{1}{v_h v_s}\partial_h\partial_s\Delta V \quad (2.46c)$$

$$\delta\mu_H^2 = \frac{1}{2v_h}(-3\partial_h\Delta V + v_s\partial_h\partial_s\Delta V + v_h\partial_h^2\Delta V) \quad (2.46d)$$

$$\delta\mu_S^2 = -\frac{1}{6v_s}(v_s\partial_\chi^2\Delta V + 8\partial_s\Delta V - 3v_s\partial_s^2\Delta V - 3v_h\partial_h\partial_s\Delta V) \quad (2.46e)$$

$$\delta\mu_3 = \frac{2\sqrt{2}}{9v_s^2}(v_s\partial_\chi^2\Delta V - \partial_s\Delta V), \quad (2.46f)$$

kus pärast tuletiste võtmist asendame $h = v_h$, $s = v_s$, $\chi = 0$.

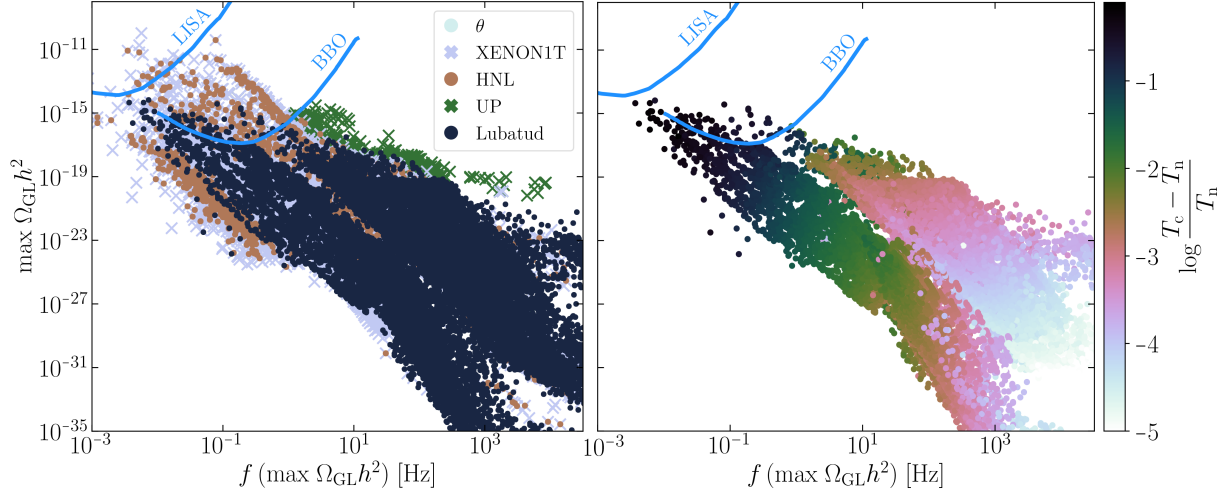
2.4 Gravitatsioonilained

Gravitatsioonilainete spektrite leidmiseks kasutati sisendpunktidenä korrektse tumeaine tiheduse andvaid parameetreid (vt peatükk 2.1.2), millega teostati järgnevad arvutused:

- Kasutades CT paketti kirjeldatud mudeliga leiti kõik võimalikud faasid ja nende vahelised FS-ded.
- Kui lõppfaas on korrektne (\mathcal{HS}), leiti esimest järku üleminekute jaoks gravitatsioonilainete parameetrid α ja β/H_n vastavalt valemitele (1.21, 1.22), kus meie mudelis $g_n = 108,75$ [13] ning $\frac{d}{dT} \left(\frac{S_3}{T} \right) \Big|_{T_n}$ leidmiseks arvutati S_3/T nukleatsiooni temperatuuri lähedal mitmes punktis, millele leitud lähendist arvutati tuletis
- Kasutades GL-te arvutamise skeemi (1.23-1.29), leiti GL spekter iga FS jaoks. Mulli seina liikumise kiiruse fikseerime $v_m = 0,5$, kus sõltuvus vastavast väärtusest on näha joonisel

1, ning turbulentse plasma osakaalu $\varepsilon = 0,05$.

2.4.1 Tulemused



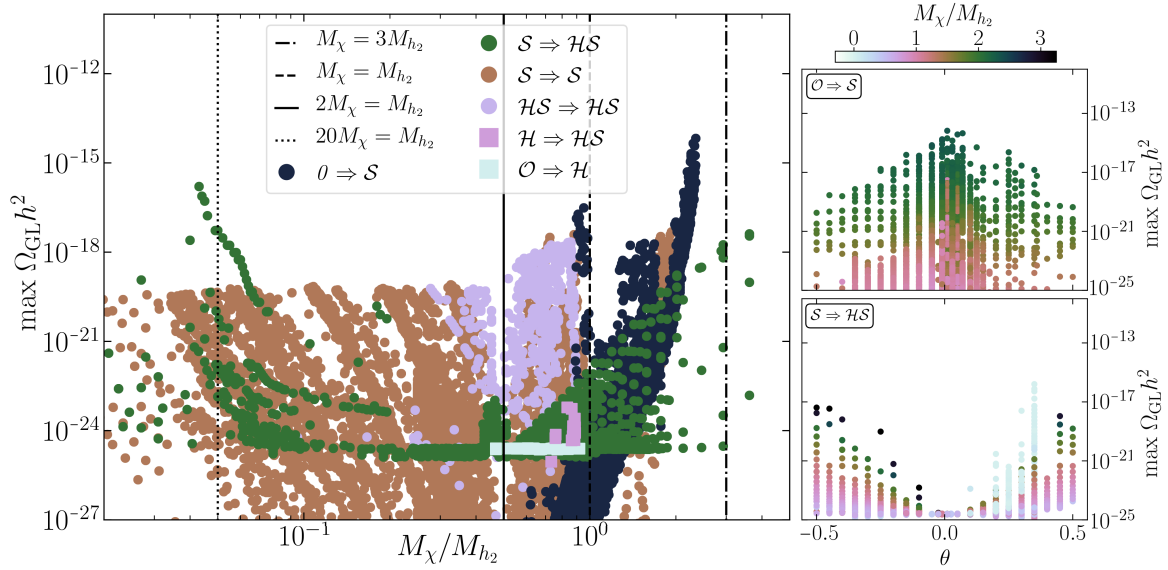
Joonis 5: Gravitatsioonilainete spektri maksimum, kus **vasakul** kõik punktid ja värvikood näitab lubatud ja piirangute 2.1.2 poolt keelatud punkte. θ – segunemisnurga, UP – unitaarsuse ja perturbatiivsuse, HNL – Higgsi nähtamatu laiuse ning XENON1T otsese detekteerimise poolt keelatud. **Paremal** ainult lubatud punktid ning värvikood näitab suhtelise alajahtumise suurust $(T_c - T_n)/T_n$, mis kirjeldab FS tugevust. Mulli seina kiirus on fikseeritud $v_m = 0,5$. Sinised jooned näitavad LISA ja BBO tundlikuse kõveraid [33].

Tüüpiline GL-te spekter on toodud joonisel 1, kus on näha selge piik ning selle kõrval järsk ära kukkumine. Kui FS on mitmeetapiline, siis võib spektris domineerida ka mitu piiki, kuid üldjuhul on üks etapp oluliselt tugevam. Seega esitame tulemused tasandil $\max \Omega_{GL} h^2 - f(\max \Omega_{GL} h^2)$.

Joonis 5 näitab, et tugevaimad GL signaalid on üldiselt keelatud XENON1T, kuid lisaks sellele ka HNL poolt, viidates, et tugevaima GL signaali jaoks on tarvis, kas M_χ või $M_{h_2} < M_{h_1}/2$. Väike osa jääb siiski BBO tundlikuse piirkonda aga just LISA piirkonnast välja, kuid siiski teatud parameetrite piirkonnas on võimalus antud mudeli avastamiseks gravitatsioonilainetes. GL signaali tugevust iseloomustab suhteline alajahtumine $\frac{T_c - T_n}{T_n}$ näidatud joonisel 5 paremal. Vaatame nüüd seost signaali tugevuse ja mudeli parameetrite vahel.

Joonisel 6 on toodud sõltuvus tumeaine ja h_2 masside suhtest M_χ/M_{h_2} , millele kõrge temperatuuri lähedist leidsime \mathcal{HS} miinimumi globaalsusest piirangu (2.41), mida ka numbriliste arvutuste tulemused üldjoontes rahuldavad. Ligikaudu $\theta \rightarrow 0$ juhul on $M_\chi/M_{h_2} < 3$. Joonise 6 põhjal on tugeva GL signaali saamiseks kaks võimalust:

- $M_\chi > M_{h_2}$ ning suhteliselt väike segunemine. Tugevaima GL signaali annab faasisiire $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{S}$. Kuna lõppmiinimum peab olema \mathcal{HS} , realiseerub vähemalt kaheetapiline faasisiirete struktuur, mille teine etapp $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$ on aga suhteliselt nõrga GL signaaliga väikese θ tõttu (vt joonis 6 paremal).



Joonis 6: **Vasakul:** Gravitatsioonilainete spektri maksimumi sõltuvus suhtest M_χ/M_{h_2} , kus värvid näitavad tugevaima signaali andnud faasisiirde tüüpi. Mustad jooned näitavad teatud suhteid, mille hulgas ka analüütilisest kõrge temperatuuri lähendis leitud suurim lubatud tumeaine mass $M_\chi = 3M_{h_2}$ (2.41). **Paremal:** Gravitatsioonilainete spektri maksimumi sõltuvus segunemisenurgast θ tugevaimaid signaale andnud siirde tüüpide $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{S}$ ja $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$ jaoks.

Antud olukord saab realiseeruda laias tumeaine massi vahemikus, kuid tugeva GL signaali jaoks peab kehtima $M_\chi \approx 2,3M_{h_2}$. M_χ suurenedes liigub spektri maksimum kõrgemate sageduste juurde ja väikseima M_χ puhul jääb spektri maksimum madalamate sageduste poole BBO tundlikusest. Konkreetselt tugevam kui $\max \Omega_{\text{GL}} h^2 > 10^{-16}$ GL realiseerus parameetrite vahemikus $250 \text{ GeV} < M_\chi < 5000 \text{ GeV}$ ja $|\theta| \leq 0,1$.

- b) $M_\chi < M_{h_2}$ (suurusjärgus erinevus 20 korda) ning suur θ . Selle realiseerumine on aga piiratud kuna $M_{h_2} > M_{h_1}$ piirkonnas on $|\sin(\theta)| < 0,36$. Kuigi antud viis võib anda tugeva GL signaali siis BBO tundlikuse piirkonnast jäävad need siiski välja, kuna maksimum asub liialt kõrgete sageduste juures. Siinkohal tugevaimad GL-te punktid on juba keelatud XENON1T poolt.

Võrreldes peatükis 2.2 leitud analüütiliste tulemustega, annavad tõepoolest tugevaima signaali $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{S}$ ning suure θ ja M_{h_2} puhul ka $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$. Analüütiliselt leidsime, et ka $\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{HS}$ võiks anda GL signaale, kuid joonise 6 põhjal nii ei tundu. Selle põhjuseks on, et $\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{HS}$ andvad parameetrid on keelatud juba XENON1T poolt ja annavad suure osa tugevaimad signaale, mis on keelatud joonisel 5. Erinevalt analüütilistest tulemustest aga leiame, et täpsed ühe-silmuse parandid tekitavad uusi miinimume ja võimaluse siireteks $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{S}$ või $\mathcal{HS} \Rightarrow \mathcal{HS}$, mis aga GL-te signaali tugevuses jäävad alla juba kõrge temperatuuri lähendis leitud siiretele. FS-te $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{S}$ puhul on näha selge piir $\Omega_{\text{GL}} h^2 \approx 10^{-19}$ juures, mille põhjuseks on UP piirangud, täpsemalt $|\lambda_S| \leq \pi$. Kui $2M_\chi > M_{h_2}$ siis võib ületada ka vastava $\Omega_{\text{GL}} h^2$ piiri, kuid siiski jääb GL-te signaal nõrgemaks kui $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{S}$ juhul.

Kokkuvõte

Uuriti \mathbb{Z}_3 sümmeetrilist tumeaine mudelit, kus SM on täiendatud uue kompleksse skalaarväljaga S . Tumeaine kandidaadiks on spontaanse \mathbb{Z}_3 sümmeetria rikkumise tagajärjel skalaarvälja S imaginaarkomponent. Lõpp vaakumolekus omandavad VEV-id Higgsi väli ning $\text{Re } S$ ja füüsikalisteks osakesteks on Higgsi boson h_1 , teine massiivne skalaar h_2 ning tumeaine χ . Selline lahendus võimaldab loomulikult rahuldada tugevaid XENON1T ja ka tulevaste otseste tumeaine otsingute piiranguid. Käesolevas töös keskendusime antud mudelis väga varajases universumis toimunud faasisiiretele ja nende tagajärjel tekitatud gravitatsioonilainetele.

Võimalike faasisiirete uurimisel kasutasime analüütilist kõrge temperatuuri lähendit. Näitasime uuritava mudeli väga rikkalikku võimalike faasisiirete struktuuri kuid nõudes eksperimentaalsete ja teoreetiliste piirangute kehtivust väheneb võimaluste arv oluliselt. Korrekse lõppoleku realiseerimiseks ei saa tumeaine olla raskem kui $\approx 3M_{h_2}$ ning perturbatiivsus ja unitaarsus piiravad \mathcal{H} vaakumi eksisteerimist ning välistavad täielikult kõrge temperatuuri vaakumina. Suur osa parameetrite ruumist võimaldab faasisiiret $\mathcal{S} \Rightarrow \mathcal{HS}$, mis on üldjuhul TJFS ning GL-eid ei tekita. Teatud piirkonnas toimub lisaks aga esimese etapina $\mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{S}$, mis on esimest järku ja tekitab gravitatsioonilaineid.

Numbriliste arvutuste teostamiseks implementeeriti uuritav mudel CosmoTransitions pakettis, kus arvutati korrektse tumeaine tiheduse andvate mudeli parameetrite jaoks faasisiirded täpsete termiliste ühe-silmuse paranditega ning nendest tekkinud gravitatsioonilainete spektrid. Leiti, et parameetrite ruum, mis annab tugevaima signaali, on suuresti keelatud ning ainult väike piirkond lubatud parameetrite ruumist jääb tulevaste detektorite tundlikuse piirkonna juurde. Siiski võib antud mudelit näha GL signaalis. Kõige tõenäolisemalt on selleks tarvis $M_\chi \approx 2,3M_{h_2}$ ja väikest segunemisnurka $|\theta| \lesssim 0,1$, kuid tumeaine mass võib olla laias piirkonnas $M_\chi \gtrsim 250 \text{ GeV}$.

Tänuavaldused

Tänan oma töö juhendajat Kristjan Kannikest, kes mind innustades ja toetades oli suureks abiks antud töö valmimisel.

Kaius Loos

Kirjandus

1. B. P. Abbott *et al.* “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger”. Phys. Rev. Lett. 116.6 (2016), 061102. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.061102>.
2. M. Armano *et al.* “Beyond the Required LISA Free-Fall Performance: New LISA Pathfinder Results down to 20 μHz ”. Phys. Rev. Lett. 120.6 (2018), 061101. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.120.061101>.
3. C. J. Hogan. “Gravitational radiation from cosmological phase transitions”. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 218.4 (1986), lk. 629–636. url: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/218.4.629>.
4. S. Dawson. “Introduction to the physics of Higgs bosons”. Teos: *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics (TASI 94): CP Violation and the limits of the Standard Model Boulder, Colorado, May 29-June 24, 1994*. 1994, lk. 0445–506. arXiv: hep-ph/9411325 [hep-ph].
5. K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen ja M. E. Shaposhnikov. “Is there a hot electroweak phase transition at $m(H)$ larger or equal to $m(W)$?” Phys. Rev. Lett. 77 (1996), lk. 2887–2890. arXiv: hep-ph/9605288 [hep-ph].
6. K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen ja M. E. Shaposhnikov. “A Nonperturbative analysis of the finite T phase transition in $SU(2) \times U(1)$ electroweak theory”. Nucl. Phys. B493 (1997), lk. 413–438. arXiv: hep-lat/9612006 [hep-lat].
7. N. Aghanim *et al.* “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters” (2018). arXiv: 1807.06209 [astro-ph.CO].
8. R. K. Leane. “Phenomenology of Particle Dark Matter”. PhD. University of Melbourne, 2017. url: <http://hdl.handle.net/11343/132375>.
9. J. McDonald. “Gauge singlet scalars as cold dark matter”. Phys. Rev. D50 (1994), lk. 3637–3649. arXiv: hep-ph/0702143 [HEP-PH].
10. V. Vaskonen. “Electroweak baryogenesis and gravitational waves from a real scalar singlet”. Phys. Rev. D95.12 (2017), 123515. arXiv: 1611.02073 [hep-ph].
11. The GAMBIT Collaboration: *et al.* “Status of the scalar singlet dark matter model”. The European Physical Journal C 77.8 (2017), 568. issn: 1434-6052. url: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5113-1>.
12. K. Ghorbani ja P. H. Ghorbani. “Strongly First-Order Phase Transition in Real Singlet Scalar Dark Matter Model” (2018). arXiv: 1804.05798 [hep-ph].
13. Z. Kang, P. Ko ja T. Matsui. “Strong first order EWPT & strong gravitational waves in Z_3 -symmetric singlet scalar extension”. JHEP 02 (2018), 115. arXiv: 1706.09721 [hep-ph].
14. M. Schumann. “Direct Detection of WIMP Dark Matter: Concepts and Status” (2019). arXiv: 1903.03026 [astro-ph.CO].
15. K. Ni (XENON collaboration). “The XENONnT Dark Matter Experiment”. Teos: DPF 2017, Fermilab, 2017.

16. A. Hektor, A. Hryczuk ja K. Kannike. “Improved bounds on \mathbb{Z}_3 singlet dark matter”. JHEP 03 (2019), 204. arXiv: 1901.08074 [hep-ph].
17. C. Gross, O. Lebedev ja T. Toma. “Cancellation Mechanism for Dark-Matter–Nucleon Interaction”. Phys. Rev. Lett. 119.19 (2017), 191801. arXiv: 1708.02253 [hep-ph].
18. T. Alanne, M. Heikinheimo, V. Keus, N. Koivunen ja K. Tuominen. “Direct and indirect probes of Goldstone dark matter”. Phys. Rev. D 99.7 (2019), 075028. arXiv: 1812.05996 [hep-ph].
19. K. Kannike ja M. Raidal. “Phase Transitions and Gravitational Wave Tests of Pseudo-Goldstone Dark Matter in the Softly Broken $U(1)$ Scalar Singlet Model” (2019). arXiv: 1901.03333 [hep-ph].
20. G. Belanger, K. Kannike, A. Pukhov ja M. Raidal. “ \mathbb{Z}_3 Scalar Singlet Dark Matter”. JCAP 1301 (2013), 022. arXiv: 1211.1014 [hep-ph].
21. M. S. Turner ja J. A. Tyson. “Cosmology at the millennium”. Rev. Mod. Phys. 71.2 (1999), S145–S164. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.71.S145>.
22. A. H. Guth. “Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems”. Phys. Rev. D 23.2 (1981), lk. 347–356. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.23.347>.
23. R. H. Cyburt, B. D. Fields, K. A. Olive ja T.-H. Yeh. “Big bang nucleosynthesis: Present status”. Rev. Mod. Phys. 88.1 (2016), 015004. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.88.015004>.
24. E. Aprile *et al.* “Dark Matter Search Results from a One Ton-Year Exposure of XENON1T”. Phys. Rev. Lett. 121.11 (2018), 111302. arXiv: 1805.12562 [astro-ph.CO].
25. C. L. Wainwright. “CosmoTransitions: Computing cosmological phase transition temperatures and bubble profiles with multiple fields”. Computer Physics Communications 183.9 (2012), lk. 2006–2013. issn: 0010-4655. url: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465512001348>.
26. M. Laine ja A. Vuorinen. “Basics of Thermal Field Theory”. Lect. Notes Phys. 925 (2016), pp.1–281. arXiv: 1701.01554 [hep-ph].
27. J. Foster ja J. D. Nightingale. *A Short Course in General Relativity*. Third Edition. Springer, 2006.
28. D. J. Weir. “Gravitational waves from a first order electroweak phase transition: a brief review”. Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A376.2114 (2018), 20170126. arXiv: 1705.01783 [hep-ph].
29. C. Caprini *et al.* “Science with the space-based interferometer eLISA. II: Gravitational waves from cosmological phase transitions”. JCAP 1604.04 (2016), 001. arXiv: 1512.06239 [astro-ph.CO].
30. C. J. Moore, R. H. Cole ja C. P. L. Berry. “Gravitational-wave sensitivity curves”. Class. Quant. Grav. 32.1 (2015), 015014. arXiv: 1408.0740 [gr-qc].
31. C. Grojean ja G. Servant. “Gravitational waves from phase transitions at the electroweak scale and beyond”. Phys. Rev. D 75.4 (2007), 043507. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.75.043507>.
32. J. R. Espinosa, T. Konstandin, J. M. No ja G. Servant. “Energy Budget of Cosmological First-order Phase Transitions”. JCAP 1006 (2010), 028. arXiv: 1004.4187 [hep-ph].

33. E. Thrane ja J. D. Romano. “Sensitivity curves for searches for gravitational-wave backgrounds”. *Phys. Rev. D* 88.12 (2013), 124032. arXiv: 1310.5300 [astro-ph.IM].
34. P. Amaro-Seoane *et al.* “Laser Interferometer Space Antenna” (2017). arXiv: 1702.00786 [astro-ph.IM].
35. V. Corbin ja N. J. Cornish. “Detecting the cosmic gravitational wave background with the big bang observer”. *Class. Quant. Grav.* 23 (2006), lk. 2435–2446. arXiv: gr-qc/0512039 [gr-qc].
36. P. Amaro-Seoane *et al.* “eLISA/NGO: Astrophysics and cosmology in the gravitational-wave millihertz regime”. *GW Notes* 6 (2013), lk. 4–110. arXiv: 1201.3621 [astro-ph.CO].
37. G. Aad *et al.* “Combined Measurement of the Higgs Boson Mass in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV with the ATLAS and CMS Experiments”. *Phys. Rev. Lett.* 114.19 (2015), 191803. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.191803>.
38. P. P. Giardino, K. Kannike, I. Masina, M. Raidal ja A. Strumia. “The universal Higgs fit”. *JHEP* 05 (2014), 046. arXiv: 1303.3570 [hep-ph].
39. T. Robens ja T. Stefaniak. “LHC Benchmark Scenarios for the Real Higgs Singlet Extension of the Standard Model”. *Eur. Phys. J. C* 76.5 (2016), 268. arXiv: 1601.07880 [hep-ph].
40. G. Bélanger, F. Boudjema, A. Goudelis, A. Pukhov ja B. Zaldivar. “micrOMEGAs5.0 : Freeze-in”. *Comput. Phys. Commun.* 231 (2018), lk. 173–186. arXiv: 1801.03509 [hep-ph].
41. D. A. Green. “A colour scheme for the display of astronomical intensity images”. *Bulletin of the Astronomical Society of India* 39 (2011), lk. 289–295. arXiv: 1108.5083.

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Kaius Loos,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose

Gravitatsioonilained \mathbb{Z}_3 sümmeetrilises skalaarses tumeaine mudelis,

mille juhendaja on Kristjan Kannike,

reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Tartu, 30. mai 2019